

**DUDEN**

*Endlich*  
**MATHEMATIK**  
**VERSTEHEN**

Wirklich begreifen, Lernerfolge spüren



Entwickelt von den  
Lern-Profis

**DUDEN INSTITUTE  
FÜR LERNTHERAPIE**

**7.|8.  
KLASSE**

# Duden

*Endlich*  
**MATHEMATIK**  
**VERSTEHEN**

Wirklich begreifen, Lernerfolge spüren

7./8. Klasse

Dudenverlag

Berlin

**Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbiografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar.

Das Wort **Duden** ist für den Verlag Bibliographisches Institut GmbH als Marke geschützt.

Kein Teil dieses Werkes darf ohne schriftliche Einwilligung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren), auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

Alle Rechte vorbehalten. Nachdruck, auch auszugsweise, nicht gestattet.

© Duden 2017 D C B A

Bibliographisches Institut GmbH, Mecklenburgische Straße 53, 14197 Berlin

**Redaktionelle Leitung** Simone Bahrenberg

**Beratung** Jana Köppen, Jutta Bartels

**Autoren** Birgit Hock, Wiebke Salzmänn, Axel Werner

**Herstellung** Uwe Pahnke

**Layout und Satz** Sigrid Hecker, Mannheim

**Umschlaggestaltung** Büroecco, Augsburg

**Umschlagabbildung** iStock (SensorSpot)

**Grafiken** Sigrid Hecker, Mannheim

**Druck und Bindung** Grafisches Centrum Cuno GmbH & Co. KG, Calbe

Printed in Germany

ISBN 978-3-411-74403-9

## Liebe Eltern, liebe Leserinnen und Leser,

in den vergangenen Schuljahren hat Ihr Kind neben wichtigen **mathematischen Grundlagen** erste Inhalte für den weiterführenden Unterricht aufgebaut.

Es sollte über

- sichere Zahlvorstellungen zu natürlichen Zahlen,
- über Vorstellungen zu Grundrechenoperationen,
- über ein angemessenes Repertoire an Rechenstrategien,
- über geometrische Grunderfahrungen,
- über Vorstellungen zu Größen und
- über Grundvorstellungen zu gemeinen Brüchen und Dezimalbrüchen verfügen.

Es ist wichtig, zu diesen Schwerpunkten einen guten Eindruck vom Können des Kindes zu haben, da der Mathematikunterricht einer recht strengen Hierarchie folgt: Ohne angemessene Vorstellungen zu Zahlen und zu den Rechenoperationen ist ein Verständnis von **Termen und Gleichungen** nicht möglich. Ohne solide Vorstellungen zu geometrischen Objekten und Größen können **Anwendungssituationen** nicht gemeistert werden. Und ohne Vorstellungen zu Brüchen sind **Prozentrechnung** oder Fragestellungen aus der **Wahrscheinlichkeitsrechnung** unverständlich.

Mit diesem Buch sollen **Vorstellungen** zu mathematischen Inhalten vertieft werden. Dabei helfen Bilder und mit Erklärungen versehene Beispiele. Außerdem werden Vorschläge unterbreitet, wie **praktische Tätigkeiten** im Alltag und das Erkennen der Mathematik in der **Umwelt** zum Aufbau von Vorstellungen beitragen. Die Einbettung in die Erfahrungswelt der Kinder hilft beim Lernen und Einprägen und trägt dazu bei, auch Freude bei der Auseinandersetzung mit Mathematik zu gewinnen.

Das Buch möchte unterstützen, dass ein Kind **gute Voraussetzungen** für Schwerpunktthemen des Mathematikunterrichts gewinnt. Es geht nicht darum, jede Fragestellung des Unterrichts abzubilden, sondern diejenigen aufzugreifen, die dafür sorgen, dass der Transfer zu anderen Inhalten besser gelingen kann.

Wichtig ist uns ebenfalls, dass das Kind sich weitgehend selbstständig mit den Aufgaben beschäftigen kann. Natürlich ist es toll und wünschenswert, wenn Sie als Eltern oder andere beteiligte Person mit dem Kind über die Aufgaben und Lösungen sprechen.

Unsere Empfehlungen:

- Erkennen Sie die Bemühungen des Kindes an und loben Sie es für das Erledigen der Aufgaben.
- Fehler sind Gesprächs- und Lernanlässe. Es darf durchgestrichen und wieder neu probiert werden. Dafür gibt es nach jedem Kapitel eine Doppelseite für Notizen und Rechnungen.

- Eine regelmäßige Einordnung der Arbeit mit dem Buch in einen Wochenplan ist sehr erfolgversprechend. („Immer dienstags, donnerstags und sonntags arbeite ich fünfzehn Minuten im Buch weiter.“) Dabei ist eine relativ kurze Arbeitszeit von 15 bis 20 Minuten ausreichend.

Bei der Erstellung der Inhalte fanden die **Erfahrungen der Duden Institute für Lerntherapie** aus der Arbeit mit rechenschwachen Kindern und Jugendlichen Eingang in die Aufgaben.

Nun zum „Organisatorischen“: Die Eltern-, Schüler- und Lösungsseiten sind durch eine unterschiedliche Farbgebung gekennzeichnet. In jedem Kapitel gibt es zwei **Elternseiten**. Sie haben das Ziel, einen **Überblick** über die Themen des Kapitels zu bieten und einen Bezug zum **Alltag** der Kinder herzustellen. Auf den **Schülerseiten** gibt es Erklärungen, Beispiele und natürlich Aufgaben. Unter der Rubrik „Schon gewusst?“ sind weitere interessante Informationen zu den Themen zusammengestellt. Zum Abschluss jedes Kapitels gibt es eine Knobelaufgabe. **Lösungen** mit vielen ausführlich dargestellten Lösungswegen sind am Ende des Buches zu finden. Hier können sich die Kinder vergewissern, ob ihre Bearbeitungen richtig sind, oder sie schauen nach einem Lösungsbeispiel.

Viel Freude beim Lernen und viel Erfolg!

**Jana Köppen**

Fachbereichsleiterin Mathematik der Duden Institute für Lerntherapie

## Inhaltsverzeichnis

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Prozente</b> .....                                       | <b>7</b>  |
| Prozentangaben im Alltag .....                              | 10        |
| Prozente schätzen .....                                     | 20        |
| Prozentwert, Prozentsatz und Grundwert .....                | 22        |
| <br>  |           |
| <b>Terme und Gleichungen</b> .....                          | <b>29</b> |
| <b>Terme</b>  |           |
| Terme aufstellen und berechnen .....                        | 32        |
| Aus dem Ergebnis die Startzahl berechnen .....              | 38        |
| Terme mit Variablen .....                                   | 40        |
| Zahlen für die Variable einsetzen .....                     | 41        |
| Terme zu Anwendungsaufgaben aufstellen .....                | 41        |
| Werte von Termen berechnen .....                            | 44        |
| <br>  |           |
| <b>Gleichungen</b>  |           |
| Vom Term zur Gleichung .....                                | 45        |
| Gleichungen lösen durch „Rückwärtsrechnen“ .....            | 46        |
| Gleichungen mit Äquivalenzumformungen lösen .....           | 48        |
| Das Waagemodell .....                                       | 49        |
| Von der Waage zur Gleichung .....                           | 52        |
| <br>  |           |
| <b>Zuordnungen und Lineare Funktionen</b> .....             | <b>59</b> |
| <b>Zuordnungen</b>  |           |
| Mehrdeutige, eindeutige und eineindeutige Zuordnungen ..... | 62        |
| Direkt proportionale Zuordnungen .....                      | 66        |
| Indirekt proportionale Zuordnungen .....                    | 70        |
| Nicht proportionale Zuordnungen .....                       | 76        |
| <br>  |           |
| <b>Lineare Funktionen</b>                                   |           |
| Eindeutige Zuordnungen als Funktionen .....                 | 78        |
| Wertetabellen und das Zeichnen von Graphen .....            | 79        |
| Lineare Funktionen und ihre Graphen .....                   | 80        |

|   |            |
|---|------------|
| <b>Wahrscheinlichkeit</b> .....                             | <b>91</b>  |
| Zufallsexperimente .....                                    | 94         |
| Absolute und relative Häufigkeiten .....                    | 94         |
| Laplace-Experimente .....                                   | 97         |
| Das Ereignis als Zusammenfassung günstiger Ergebnisse ..... | 101        |
| Mehrstufige Zufallsversuche .....                           | 102        |
| Baumdiagramme .....   | 106        |
| Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses – 1. Pfadregel .....   | 109        |
| Wahrscheinlichkeit von Ereignissen – 2. Pfadregel .....     | 112        |
| Ziehen aus einer Urne mit Zurücklegen .....                 | 115        |
| Ziehen aus einer Urne ohne Zurücklegen .....                | 121        |
| <b>Lösungen</b> .....                                       | <b>127</b> |



# Prozente



Prozentangaben begegnen uns im **Alltag** in vielen Bereichen. Im Wetterbericht wird die Regenwahrscheinlichkeit in Prozent angegeben. Bei Milch wird der Fettanteil und in Kleidungsstücken wird der Baumwollanteil in Prozent angegeben. Rabattaktionen im Handel locken mit preisreduzierten Waren. Umfrage- oder Wahlergebnisse werden uns in Prozenten mitgeteilt. Diese **relativen Angaben** sind meist aussagekräftiger als **absolute Zahlenangaben**. Die Alltagsbezogenheit liefert den Anlass, sich mit dem Abschätzen, Ablesen, Errechnen und Umrechnen von Prozenten auseinanderzusetzen.

## Prozentangaben im Alltag

Anhand von Beispielen aus dem alltäglichen Umfeld wird erkundet, was sich hinter Prozentangaben verbirgt. Relative, auf eine **Beispielmenge von 100** bezogene Angaben (Prozent heißt übersetzt „vom Hundert“) besitzen oft mehr Aussagekraft beziehungsweise liefern einen schnelleren Überblick als absolute Zahlenwerte. Anteile können außer in **Prozent** auch als **Dezimalbruch** oder als **gemeiner Bruch** angegeben werden:



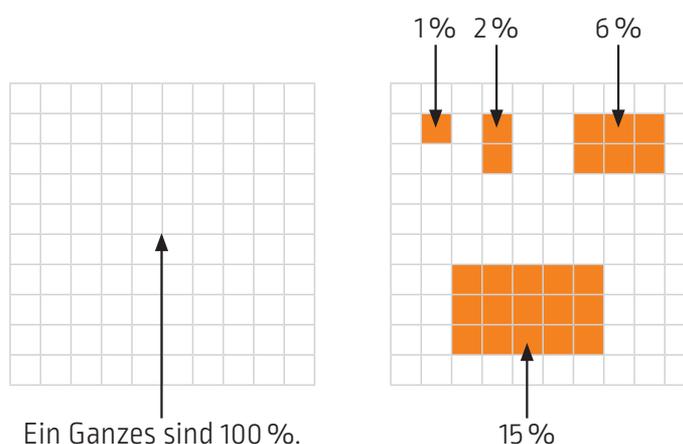
Hier wird ein Viertel ( $\frac{1}{4}$ ) aus einer Orangenscheibe geschnitten.

Das sind 0,25 von der ganzen Scheibe oder 25 %.

Bruch:  $\frac{1}{4}$ , Dezimalbruch: 0,25, Prozentangabe: 25 %

## Prozentangaben ablesen und bilden

Mithilfe von einfachen Zahlen und grafischen Beispielen wird geübt, Anteile in Prozent abzulesen und zu bilden, ohne dass dafür bereits Formeln angewandt werden müssen:



Für die Betrachtung der Prozente wird das Ganze in 100 gleich große Kästchen eingeteilt.

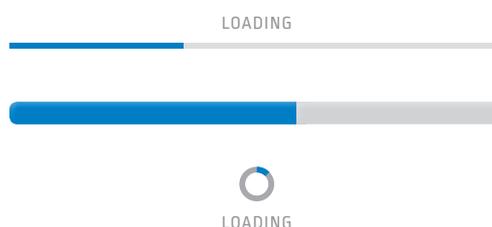
## Anteile schätzen

Im Alltag ist es oft sinnvoll, wenn man Anteile annähernd genau in Prozent angeben kann. Das Abschätzen wird an praktischen Anwendungsbeispielen geübt.

Wie viel Sand ist bereits nach unten gerieselert?



Wie viel Prozent des Downloads sind bereits erfolgt?



## Prozentwert, Prozentsatz, Grundwert

Prozentwerte, Prozentsätze und Grundwerte berechnen, spielt in der Schule eine wichtige Rolle und ist auch für manche alltagsbezogenen Beispiele notwendig, wenn eine Abschätzung nicht mehr ausreicht. In diesem Kapitel wird die Grundformel der Prozentrechnung eingeführt und deren Umstellung nach der jeweils gesuchten Größe gezeigt und geübt.

**Hinweis:** Um die **Vorstellung** von Anteilen und Prozentzahlen zu festigen, lassen Sie die Kinder **in alltäglichen Situationen** Anteile schätzen: Wie viel deines Taschengeldes hast du schon ausgegeben? Wie viel von unserer Urlaubszeit ist bereits vergangen? Wir brauchen zum Backen  $\frac{1}{10}$  Liter Milch und  $\frac{1}{4}$  Stück Butter – kannst du mir dies geben? usf.

Für die alternative Darstellung der Prozentangaben als gemeine Brüche oder Dezimalbrüche sollte ein Grundverständnis von Brüchen vorhanden sein. Außerdem sollten erste Kenntnisse zum Umstellen von Formeln vorhanden sein.

### KOMPETENZEN

Nach erfolgreicher Bearbeitung des Kapitels wurden folgende Kompetenzen vertieft:

- Prozentanteile an Figuren können abgeschätzt oder abgelesen werden.
- Anteile können in unterschiedlichen Schreibweisen (Prozent, Bruch, Dezimalbruch) angegeben werden.
- Die Formeln der Prozentrechnung können angewandt werden.
- Allgemein: Die Entscheidung, wann eine gute Schätzung ausreicht, wann ein Ermitteln von Anteilen und Prozenten ohne Berechnung möglich ist und wann die Anwendung der Grundformel empfehlenswert ist, wird sicherer getroffen.

## Abbildungsverzeichnis

**shutterstock:** Andrii\_M 77; bus109 77; CoraMax 10; DjiboAcidum 62, 136; dovla982 62, 136; Elizabeth A. Cummings 74; Evikka 10; GN ILLUSTRATOR 9, 20; Hibrida 62, 136; ILYA AKINSHIN 8, 10; imaagio 48; Irina Adamovich 62, 136; Kapreski 62, 136; kzww 21; liskus 20; LynxVector 77; MarySan 21; massimomenna 99; maximmmum 20; Morphart Creation 97; MSSA 7, 13, 16, 25, 29, 33, 35, 39, 48, 57, 59, 66, 71, 75, 80, 88, 91, 94, 104, 111, 124; My Portfolio 12; Nevada31 62, 136; Ovchinnkov Vladimir 62, 136; ROZHKOV YURIY 103, 104; Scanrail1 25; Sim Lev 62, 136; T-Kot 22; vectorEps 123; Vector Tradition SM 123

## Mathematik begreifbar machen und wirklich verstehen

Dieses Buch bietet den Schlüssel zu  
einem echten Mathematik-Verständnis

- ▶ Kein pures Auswendiglernen oder Formelanwenden
- ▶ Aufbau eines Grundverständnisses von mathematischen Problemen
- ▶ Festigung des Verständnisses durch intensives Üben
- ▶ Mit den wichtigsten Schwerpunktthemen: Prozentrechnen, Terme und Gleichungen, Zuordnungen und Funktionen, Wahrscheinlichkeitsrechnung
- ▶ Für ein selbständiges Begreifen und nachhaltige Lernerfolge

*Extra*

Mit Tipps für Eltern,  
detaillierten Lösungen  
und Entspannungs- und  
Konzentrations-  
aufgaben

Berücksichtigt die aktuellen Bildungspläne  
aller Bundesländer.

ISBN 978-3-411-74403-9  
12,99 € (D) · 13,40 € (A)



9 783411 744039

www.duden.de