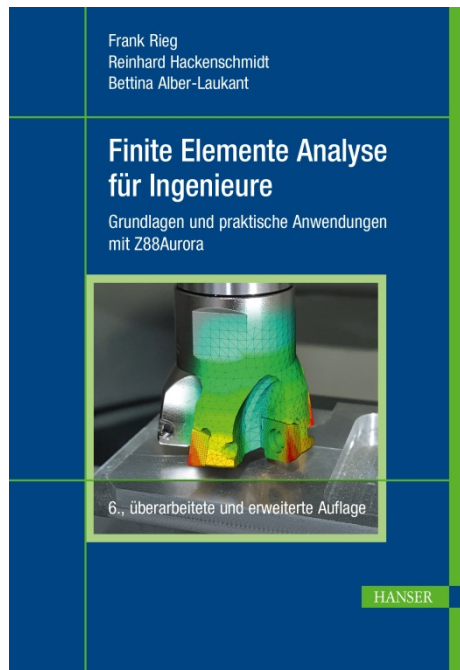


# HANSER



## Leseprobe

zu

## „Finite Elemente Analyse für Ingenieure“

von Frank Rieg, Reinhard Hackenschmidt und  
Bettina Alber-Laukant

Print-ISBN: 978-3-446-45639-6  
E-Book-ISBN: 978-3-446-46062-1

Weitere Informationen und Bestellungen unter  
<http://www.hanser-fachbuch.de/978-3-446-45639-6>

sowie im Buchhandel

© Carl Hanser Verlag, München

# Vorwort zur sechsten Auflage

Unser Ziel mit diesem Buch ist wie bereits in der ersten Auflage:

*Einem Studenten der Ingenieurwissenschaften ab dem 3. Semester und dem schon im Beruf stehenden Ingenieur ausgewählte Aspekte der Finite Elemente so zu vermitteln, dass er dieses Wissen sofort zur Lösung praktischer Probleme umsetzen kann.*

Deshalb sprechen wir schon im Buchtitel von Finite Elemente *Analyse* und nicht von der Finite Elemente Methode – weil dieses riesige Fachgebiet schon lange den etwas zweifelhaften Touch einer Methode hinter sich gelassen hat und heute *das* Ingenieurtool ist, um Tragwerke zu *analysieren*. Natürlich kann man mit diesem Verfahren viel mehr unternehmen, als nur Mechanik zu betreiben – Wärmeflüsse, Elektro- und Magnetfelder, ja eigentlich allgemein Differentialgleichungen und Randwertaufgaben für verschiedene Felder – das alles kann man heute damit lösen.

Aber begonnen hat alles mit der Berechnung von mechanischen Strukturen und wir wollen uns in diesem Werk daher auch auf lineare und nichtlineare Statik, stationäre Wärmeleitung und Eigenschwingungen beschränken. Sehr wesentlich scheint uns der Ingenieuraspekt zu sein – er steht nicht umsonst im Buchtitel: Das Vorgehen wurde in den fünfziger Jahren einigermaßen „intuitiv“ von den Flugzeug-Ingenieuren für statische Berechnungen von Flugzeugstrukturen entwickelt. Es ist ein Verfahren von Ingenieuren für Ingenieure!

Wir gehen daher wie folgt vor: Nach einer wirklich einfachen Darstellung des grundlegenden Vorgehens werden wir die wichtigsten Punkte der Elastizitätstheorie, der Technischen Mechanik und der Thermodynamik, soweit sie die FEA betreffen, abhandeln, um mit diesem Wissen an die Herleitung der Elementsteifigkeitsmatrizen zu gehen. Dieses theoretische Wissen ist tatsächlich unabdingbar, um FE-Rechenprogramme gezielt und gekonnt einsetzen zu können. Sodann betrachten wir den Compilationsprozeß, die Speicherverfahren und das Lösen der Gleichungssysteme, um die Unbekannten zu berechnen.

Damit Sie nun Ihr Wissen praktisch umsetzen können, stehen Ihnen zwei FE-Programme sowie eine umfangreiche Beipielsammlung unter [www.feabuch.z88.de](http://www.feabuch.z88.de) zum kostenlosen Download zur Verfügung. Das vom Erstautor programmierte Open-Source Finite-Elemente-Programm für statische Berechnungen Z88® sowie das weit darüber hinausgehende und sehr komfortable Freeware Finite-Elemente-Programm Z88Aurora®, das dann auch nichtlineare Berechnungen, stationäre Wärmeflüsse, Eigenschwingungen und Kontakt beherrscht. Beides sind Vollversionen, mit der *beliebig große Strukturen* gerechnet werden können – die Grenzen werden nur durch Ihren Computer hinsichtlich Hauptspeicher und Plattenplatz und Ihr Vorstellungsvermögen gezogen.

Z88 und Z88Aurora kommen lauffertig für Windows, LINUX sowie Mac OS X. Bei Z88 liefern wir auch direkt die Quellen mit, sodass Sie die theoretischen Aspekte im Programmcode studieren und gegebenenfalls erweitern können. Natürlich können Sie so auch nachvollziehen, wie Speicherverfahren, Gleichungslöser usw. in der Rechenpraxis arbeiten. Z88 ist für den Anwender absolut transparent durch Ein- und Ausgabe mit Textdateien. Es ist also ein FEA-Programm im ganz klassischen und ursprünglichen Sinne. Und wir meinen: Nur mit einem solchen Programm, bei dem Sie jeden Zahlenwert noch selbst kontrollieren können und müssen, können Sie das Grundlegende lernen. Wenn Sie dann das grundlegende Vorgehen verstanden haben, können Sie mit Z88Aurora arbeiten, das bei uns am Lehrstuhl für Konstruktionslehre und CAD mit Förderung durch die Oberfranken-Stiftung entwickelt wurde. Z88Aurora steht in *Look and Feel* den kommerziellen FEA-Programmen nicht nach und erlaubt ein sehr professionelles und zeitgemäßes Arbeiten, direkt von CAD-Daten ausgehend. Auf die bekannten kommerziellen FEA-Programme beziehen wir uns hier nicht, weil es davon kostenlos nur sehr stark eingeschränkte Versionen hinsichtlich der Strukturgrößen gibt, mit denen Sie mehrere der folgenden Beispiele gar nicht rechnen könnten. Und Quellcodes könnten wir dazu auch nicht präsentieren. Im späteren Buchteil kommen viele Praxisbeispiele, die Sie dann nachrechnen sollten. Die Beispiele sind so gewählt, dass sie schrittweise die verschiedenen Aspekte der Berechnung von Tragwerken und mechanischen Strukturen erläutern. Sie können sie ebenfalls unter [www.feabuch.z88.de](http://www.feabuch.z88.de) kostenlos downloaden.

Unser Finite Elemente Analyse Buch wurde anlässlich der sechsten Auflage vollständig überarbeitet: Der Theorieteil wurde gegenüber der vierten bzw. fünften Auflage durch folgende Mitarbeiter deutlich erweitert: Dipl.-Ing. D. Billenstein und Dr.-Ing. F. Nützel (Kontaktrechnung), K. Deese, M.Sc. und S. Hautsch, M.Sc. (Topologieoptimierung), C. Dinkel, M.Sc. und F. Hüter, M.Sc. (Wärmeleitung). Der Beispielteil wurde stark erweitert und aktualisiert. Die eben genannten Herren sowie unsere Mitarbeiter P. Diwisch, M.Sc., J. Glamsch, M.Sc., C. Glenk, M.Sc., Dipl.-Ing. C. Kleinschrodt, C. Lange, M.Sc., M. Roppel, M.Sc., T. Weiß, M.Sc., Dipl.-Ing. J. Wittmann und A. Zahn, M.Sc. übernahmen das Programmieren und Testen von Z88Aurora V5 und lasen Korrektur. Den Hauptteil der Programmierung sowie deren Koordination übernahm wieder unser „Chefprogrammierer“ Dr.-Ing. M. Zimmermann. Ihnen allen sei herzlich gedankt.

Dem Hanser-Verlag danken wir für die wie immer vorbildliche Ausführung.

Wir dürfen uns ganz herzlich bei unseren Lesern bedanken, die nach wenigen Jahren eine sechsten Auflage fordern. Auch die Arbeit an diesem Buch war uns wieder ein Vergnügen und wir hoffen, dass Sie großen Nutzen aus diesem Buch ziehen werden.

*Frank Rieg, Reinhard Hackenschmidt und Bettina Alber-Laukant*

Bayreuth, im Juni 2019

# Inhalt

<b>Vorwort zur fünften Auflage</b> .....	<b>V</b>
<b>1 Einleitung</b> .....	<b>1</b>
<b>2 Das grundsätzliche Vorgehen</b> .....	<b>5</b>
<b>3 Grundlagen</b> .....	<b>21</b>
3.1 Verschiebungen und Verzerrungen .....	21
3.1.1 Beim Zugstab .....	21
3.1.2 Bei der Scheibe .....	23
3.1.3 Im Raum .....	29
3.1.4 Bei der Platte .....	30
3.2 Spannungs-Dehnungs-Relationen .....	32
3.3 Thermo-mechanische Beanspruchung .....	41
3.4 Eigenschwingung .....	44
3.5 Nichtlineare Berechnungen .....	47
3.5.1 Geometrische Nichtlinearitäten .....	48
3.5.2 Materialnichtlinearitäten .....	58
3.6 Kontaktberechnung .....	61
<b>4 Finite Elemente und Elementmatrizen</b> .....	<b>67</b>
4.1 Grundlagen von Element-Steifigkeits-Matrizen .....	69
4.2 Materialmatrizen .....	73
4.3 B-Matrix .....	74
4.4 Formfunktionen .....	75
4.5 Integration .....	86
4.6 Das Aufbringen von Lasten, Lastvektoren .....	92
4.6.1 Das grundsätzliche Vorgehen .....	92
4.6.2 Plattenelemente .....	96
4.6.3 Volumenelemente .....	98
4.6.4 Ebener und axialsymmetrischer Spannungszustand .....	109
4.6.5 Streckenlasten bei Balken .....	111
4.6.6 Gerbergelenke bei Balken .....	113

4.7	Eine fertige Element-Steifigkeitsroutine .....	117
4.8	Wahl der Elementtypen .....	126
4.9	Einige Bemerkungen über Schalen .....	134
4.10	Elementmatrizen für Thermoanalyse .....	148
4.11	Elementmatrizen für Schwingungen .....	150
4.12	Elementmatrizen der nichtlinearen Finite Elemente Analyse .....	151
<b>5</b>	<b>Compilation, Speicherverfahren und Randbedingungen .....</b>	<b>163</b>
5.1	Compilation .....	163
5.2	Speicherverfahren .....	174
5.2.1	Die Bandspeicherung .....	176
5.2.2	Das Skyline-Speicherverfahren .....	180
5.2.3	Das Jennings-Speicherverfahren .....	182
5.2.4	Speicherung der Nicht-Nullelemente .....	190
5.2.5	Zusammenfassung der Speicherverfahren .....	196
5.3	Randbedingungen .....	197
5.3.1	Einzel-Kräfte und Einzel-Verschiebungen .....	197
5.3.2	Flächenlasten bei Platten .....	200
5.3.3	Lagerungen von Platten .....	202
5.3.4	Randbedingungen bei Temperaturanalysen .....	203
5.3.5	Randbedingungen bei Schwingungen .....	207
5.3.6	Randbedingungen bei der nichtlinearen Finite Elemente Analyse ..	209
5.3.7	Randbedingungen bei Kontaktberechnungen .....	210
<b>6</b>	<b>Gleichungslöser .....</b>	<b>221</b>
6.1	Direkte Verfahren .....	222
6.1.1	Das Cholesky-Verfahren .....	224
6.2	Kondition und Skalierung .....	226
6.3	Iterative Verfahren .....	234
6.3.1	Das Jacobi-Verfahren .....	237
6.3.2	Das Gauß-Seidel-Verfahren .....	237
6.3.3	Das SOR-Verfahren und das JOR-Verfahren .....	238
6.3.4	Das Verfahren der Konjugierten Gradienten .....	239
6.3.5	Das Verfahren der Konjugierten Gradienten mit Vorkonditionierung .....	240
6.3.5.1	Vorkonditionierung mit SOR .....	241
6.3.5.2	Vorkonditionierung mit partieller Cholesky-Zerlegung ...	242
6.4	Solver für thermomechanische Probleme .....	254
6.5	Solver für Schwingungsprobleme .....	255
6.6	Gleichungslöser für die nichtlineare Finite Elemente Analyse .....	265

<b>7</b>	<b>Spannungen und Knotenkräfte</b>	<b>269</b>
7.1	Spannungen	269
7.2	Vergleichsspannungen	276
7.3	Knotenkräfte	283
<b>8</b>	<b>Strukturoptimierung</b>	<b>287</b>
8.1	Dimensionierung	288
8.1.1	CAD-basierte Dimensionierung	289
8.1.2	FE-basierte Dimensionierung	289
8.1.3	Anwendungen der Dimensionierung	289
8.2	Formoptimierung	290
8.3	Topologieoptimierung	292
8.3.1	Überblick	292
8.3.2	Topologieoptimierung mit Z88Arion	293
<b>9</b>	<b>Z88: Grundlagen</b>	<b>295</b>
9.1	Allgemeines	295
9.1.1	Die Z88-Element-Bibliothek im Überblick	296
9.2	Das Open Source FE-Programm Z88	308
9.2.1	Die Z88-Module im Überblick	309
9.2.2	Dynamischer Speicher Z88	311
9.2.3	Die Ein- und Ausgabe von Z88:	314
9.3	Das Freeware FE-Programm Z88Aurora	318
9.3.1	Die Z88Aurora-Module im Überblick	319
9.3.2	Speicherbedarf Z88Aurora	321
9.3.3	Die Ein- und Ausgabe von Z88Aurora	323
<b>10</b>	<b>Die Z88-Module</b>	<b>325</b>
10.1	Der lineare Solver Z88R	325
10.1.1	Z88R: Der direkte Cholesky Solver	326
10.1.2	Z88R: Der Sparsematrix Solver	327
10.1.3	Z88R: Der direkte Sparsematrix Solver in Z88Aurora	329
10.1.4	Welchen Solver nehmen?	330
10.1.5	Erläuterungen zur Spannungsberechnung	330
10.1.6	Erläuterungen zur Knotenkraftberechnung	331
10.2	Der Netzgenerator Z88N	331
10.2.1	Vorgehensweise	331
10.2.2	Mathematische Grundlagen	333
10.2.3	Beschreibung eines einfachen Netzgenerators	337
10.2.4	Beschreibung des Netzgenerators Z88N	344
10.3	Der Superelementgenerator in Z88Aurora	347
10.3.1	Verwendung von Z88N in Z88Aurora	348
10.3.2	Tetraederverfeinerer Z88MTV	348
10.3.3	2D-Schalenaufdicker Z88MVS	350

10.4	Das OpenGL Plotprogramm Z880 bei Z88 V150S bzw. der Postprozessor von Z88Aurora .....	350
10.5	Der DXF-Konverter Z88X .....	354
10.6	Der 3D-Konverter Z88G .....	363
10.7	Der Ansys-Konverter Z88ASY in Z88Aurora .....	366
10.8	Der Abaqus-Konverter Z88INP in Z88Aurora .....	368
10.9	Das Cuthill-McKee Programm Z88H .....	369
10.10	Der Step-Import Z88GEOCON (Step) in Z88Aurora .....	371
10.11	Der Stl-Konverter Z88GEOCON (Stl) in Z88Aurora .....	373
10.12	Der Tetraedervernetzer in Z88Aurora .....	374
10.13	Das Pickingmodul in Z88Aurora .....	375
10.14	Die Materialdatenbank in Z88Aurora .....	377
10.15	Die Randbedingungen in Z88Aurora .....	377
10.16	Die Benutzerunterstützung Spider in Z88Aurora .....	378
10.17	Das Thermomodul in Z88Aurora .....	379
10.18	Das Eigenschwingungsmodul in Z88Aurora .....	382
10.19	Das Modul Z88NL für nichtlineare Berechnungen in Z88Aurora .....	385
10.20	Das Modul Z88Kontakt für Kontaktberechnungen .....	388
<b>11</b>	<b>Eingabe-Dateien erzeugen .....</b>	<b>393</b>
11.1	Allgemeines .....	393
11.2	Allgemeine Strukturdaten Z88I1.TXT .....	395
11.3	Randbedingungsdatei Z88I2.TXT .....	396
11.4	Flächenlast-Datei Z88I5.TXT .....	399
11.5	Materialsteuerdatei Z88MAT.TXT .....	404
11.6	Materialdatei *.TXT .....	405
11.7	Elementparameterdatei Z88ELP.TXT .....	407
11.8	Integrationsordnungs-Datei Z88INT.TXT .....	408
11.9	Netzgenerator-Datei Z88NI.TXT .....	410
11.10	Solversteuerdatei Z88MAN.TXT .....	414
11.11	Vergleich der Z88-Dateiformate .....	417
<b>12</b>	<b>Die Finiten Elemente von Z88 und Z88Aurora .....</b>	<b>419</b>
12.1	Hexaeder Nr. 1 mit 8 Knoten .....	419
12.2	Balken Nr. 2 mit 2 Knoten im Raum .....	422
12.3	Scheibe Nr.3 mit 6 Knoten .....	424
12.4	Stab Nr.4 im Raum .....	425
12.5	Welle Nr. 5 mit 2 Knoten .....	427
12.6	Torus Nr. 6 mit 3 Knoten .....	428
12.7	Scheibe Nr. 7 mit 8 Knoten .....	430
12.8	Torus Nr. 8 mit 8 Knoten .....	432
12.9	Stab Nr. 9 in der Ebene .....	434
12.10	Hexaeder Nr. 10 mit 20 Knoten .....	435
12.11	Scheibe Nr. 11 mit 12 Knoten .....	438
12.12	Torus Nr. 12 mit 12 Knoten .....	440

12.13	Balken Nr. 13 in der Ebene	442
12.14	Scheibe Nr. 14 mit 6 Knoten	443
12.15	Torus Nr. 15 mit 6 Knoten	446
12.16	Tetraeder Nr. 16 mit 10 Knoten	448
12.17	Tetraeder Nr. 17 mit 4 Knoten	451
12.18	Platte Nr. 18 mit 6 Knoten	454
12.19	Platte Nr. 19 mit 16 Knoten	456
12.20	Platte Nr. 20 mit 8 Knoten	459
12.21	Schale Nr. 21 mit 16 Knoten	461
12.22	Schale Nr. 22 mit 12 Knoten	463
12.23	Schale Nr. 23 mit 8 Knoten	465
12.24	Schale Nr. 24 mit 6 Knoten	467
12.25	Balken Nr. 25 mit 2 Knoten im Raum	469
12.26	Element/Solverübersicht Z88Aurora V5	472
<b>13</b>	<b>Beispiele</b>	<b>473</b>
13.1	Schraubenschlüssel aus Scheiben Nr. 7	481
13.1.1	Mit Z88V15	482
13.1.2	Mit Z88Aurora	490
13.2	Kranträger aus Stäben Nr. 4	501
13.2.1	Mit Z88V15	502
13.2.2	Mit Z88Aurora	507
13.3	Getriebewelle mit Welle Nr. 5	512
13.3.1	Mit Z88V15	513
13.3.2	Mit Z88Aurora	517
13.4	Biegeträger mit Balken Nr. 13	521
13.4.1	Mit Z88V15	522
13.4.2	Mit Z88Aurora	526
13.5	Plattensegment aus Hexaedern Nr. 1 und Nr. 10	530
13.5.1	Mit Z88V15	530
13.5.2	Mit Z88Aurora	537
13.6	Rohr unter Innendruck, Scheibe Nr. 7	539
13.6.1	Mit Z88V15	540
13.6.2	Mit Z88Aurora	547
13.7	Rohr unter Innendruck, Tori Nr. 8	549
13.7.1	Mit Z88V15	550
13.7.2	Mit Z88Aurora	556
13.8	Zweitaktmotor-Kolben	558
13.8.1	Mit Z88V15	558
13.8.2	Mit Z88Aurora	562
13.9	RINGSPANN-Scheibe und Tellerfeder	567
13.9.1	Mit Z88V15	569
13.9.2	Mit Z88Aurora	572
13.9.2.1	RINGSPANN-Scheibe	572
13.9.2.2	Tellerfeder	573

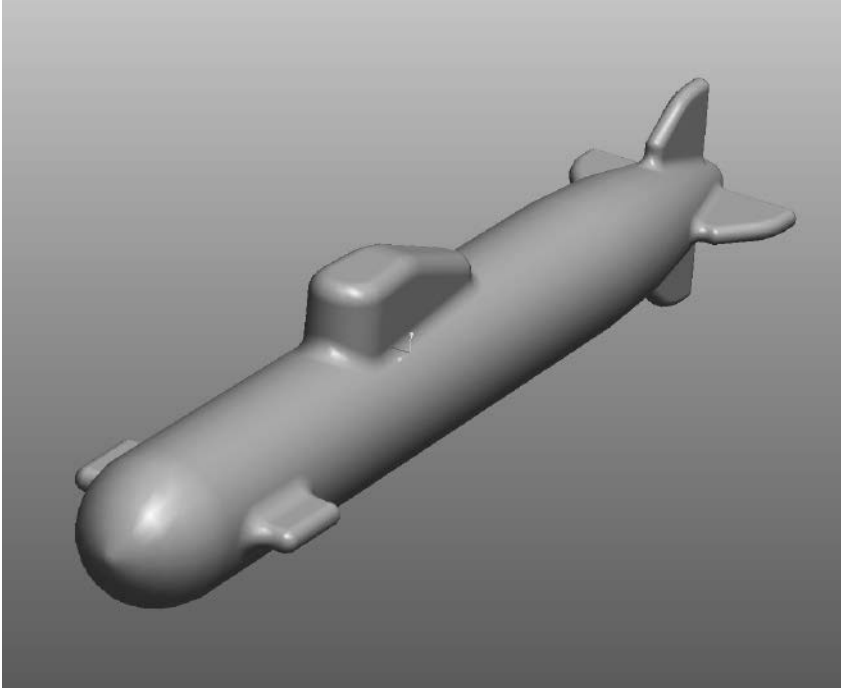


13.10	Flüssiggas-Tank	574
13.10.1	Mit Z88V15	574
13.10.2	Mit Z88Aurora	578
13.11	Motorrad-Kurbelwelle	580
13.11.1	Mit Z88V15	582
13.11.2	Mit Z88Aurora	587
13.12	Drehmoment-Messnabe	591
13.12.1	Mit Z88V15	592
13.12.2	Mit Z88Aurora	593
13.13	Ebene Rahmen	594
13.13.1	Mit Z88V15	595
13.13.2	Mit Z88Aurora	615
13.14	Zahnrad	617
13.14.1	Mit Z88V15	618
13.14.2	Mit Z88Aurora	623
13.15	3D-Schraubenschlüssel	627
13.15.1	Mit Z88V15	627
13.15.2	Mit Z88Aurora	639
13.16	Kraftmesselement, Scheiben Nr. 7	641
13.16.1	Mit Z88V15	641
13.16.2	Mit Z88Aurora	652
13.17	Kreisplatte, Platten Nr. 20	653
13.17.1	Mit Z88V15	655
13.17.2	Mit Z88Aurora	659
13.18	Rechteckplatte mit 16-Knoten Platten Nr. 19	660
13.18.1	Mit Z88V15	660
13.18.2	Mit Z88Aurora	667
13.19	Viertaktmotor-Kolben mit Tetraedern Nr. 16	668
13.19.1	Mit Z88V15	669
13.19.2	Mit Z88Aurora	673
13.20	Automotor-Lüfterrad	676
13.20.1	Mit Z88V15	678
13.20.2	Mit Z88Aurora	679
13.21	Dieselskolben	682
13.21.1	Mit Z88V15	683
13.21.2	Mit Z88Aurora	686
13.22	Berechnung einer Formzahl	686
13.22.1	Mit Z88V15	687
13.22.2	Mit Z88Aurora	693
13.23	Zahnfußbeanspruchung	694
13.23.1	Mit Z88V15	695
13.23.2	Mit Z88Aurora	698
13.24	Vierkantrohr, Schale Nr. 24	700
13.24.1	Mit Z88V15	702
13.24.2	Mit Z88Aurora	703

13.25 U-Boot aus Schalen Nr.22 .....	707
13.26 Zahnrad aus Tetraedern Nr.17 .....	712
13.27 Schwingende Trommel .....	715
13.28 Modalanalyse Kurbelwelle .....	719
13.29 Thermomechanische Analyse eines Löffels .....	722
13.30 Thermische Analyse eines Viertakt-Motorkolbens .....	728
13.31 Berechnung der Konvektion an einem Rippenbehälter .....	732
13.32 Nichtlineare Berechnung einer Tellerfeder .....	737
13.33 Nichtlineare Berechnung eines Scharniers .....	741
13.34 Materialplastizität einer Kugelkupplung .....	745
13.35 Import einer STL-Geometrie und Umwandlung in ein Schalenmodell .....	753
13.36 Trimmen eines Bauteils .....	756
13.37 Kontaktanalyse einer Zahnstange .....	759
13.38 Kontaktanalyse eines Augenstabes .....	765
13.39 Topologieoptimierung eines Schraubenschlüssels .....	770
13.40 Optimierung eines Radträgers mit dem SKO-Verfahren .....	774
<b>Quellen und weiterführende Literatur .....</b>	<b>779</b>
<b>Index .....</b>	<b>787</b>


## ■ 13.25 U-Boot aus Schalen Nr. 22

Ein Unterseeboot der Klasse 212A der Bundesmarine, das als Schalenstruktur in Pro/ENGINEER konstruiert wurde, wird mit Hilfe der NASTRAN-Schnittstelle in Z88Aurora importiert und dort zur Volumenschale aufgedickt. Berechnet werden die Verformung und Spannungen des U-Bootrumpfes bei einer Tauchtiefe von 50 m. Das U-Boot befindet sich in einer Art Schwebezustand im Wasser. Daher wird es in Z88Aurora mit einem virtuellen Fixpunkt praktisch „schwebend“ im Raum fixiert.



**Bild 13.25-1:** Geometrie des U-Bootes in Pro/ENGINEER

### Neuen Projektordner erstellen

Erstellen Sie einen neuen Projektordner .

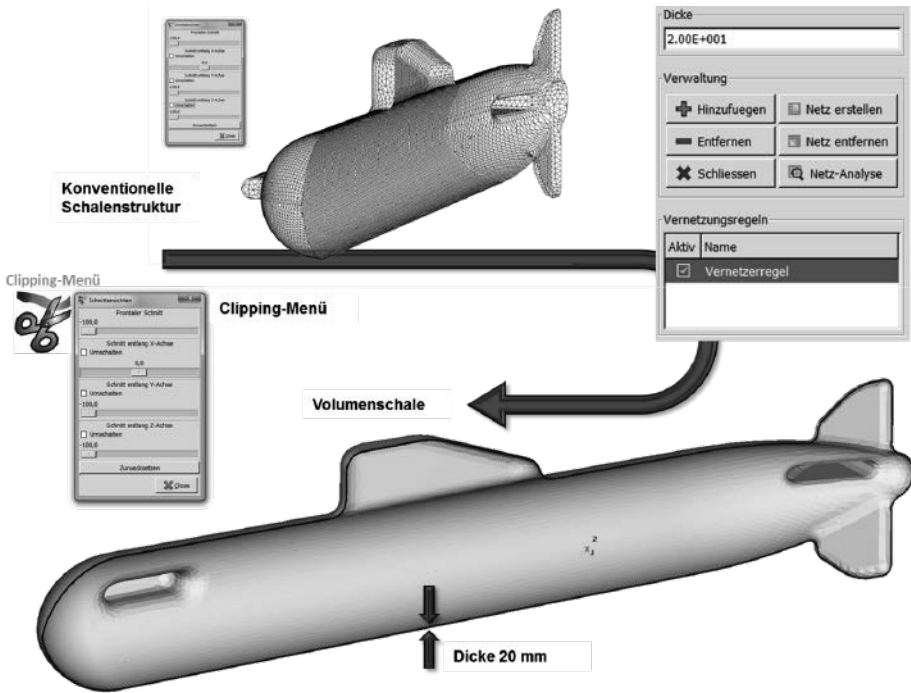
### Import NASTRAN

Die Beispieldatei "u-boot.nas" aus „z88\_beispiele\_z88aurora/b25/Nastran-Datei“ wird im Import-Kontextmenü als NASTRAN-Datei importiert. Wählen Sie die Importmöglichkeit „Schale“ aus.

## Erstellung der FE-Struktur aus Superelementen

Die konventionelle Schalenstruktur des U-Bootes soll im nächsten Schritt zu Volumenschalen vernetzt werden. Wechseln Sie in das *Präprozessormenü* → *Superelemente*. Die Volumenschalenstruktur soll eine Dicke von 20 mm besitzen:

1. Dicke vorgeben: Wert „20“.
2. Verwaltung: „Hinzufügen“ der neuen Vernetzungsregel.
3. FE-Struktur erzeugen: „Netz erstellen“.



**Bild 13.25-2:** Erzeugung von Volumenschalen

## Clipping

Mit Hilfe der Clipping-Funktion (Menüreiter Ansichten) kann kontrolliert werden, dass die konventionelle Schalenstruktur zu einer Struktur aus Volumenschalen aufgedickt wurde.

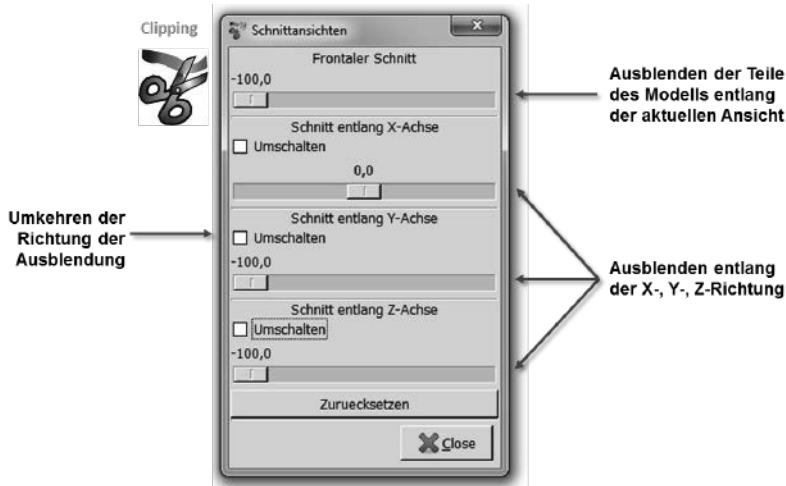


Bild 13.25-3: Clipping-Menü

## Material erstellen

Verwenden Sie das Material Baustahl S235JR aus der Z88Aurora-Materialdatenbank.

## Flächenpicken – Knotenpicken

Wechseln Sie in das „Picking-Kontextmenü“ und „Knotenpicking“ und legen Sie nun zwei Knoten-Sets, „X\_Richtung“ und „Z\_Richtung“, für den virtuellen Fixpunkt an. Des Weiteren ist ein Flächen-Set „Mantelflaeche“ anzulegen. Dieses Flächen-Set stellt die gesamte Außenfläche des U-Bootes dar und erhält die Druckrandbedingung. Im Kontextmenü „Flaechen-Picking“ wird eine Oberflächenfacette ausgewählt, der Schieberegler für den „Winkel“ auf den Wert „50“ geschoben und mittels des Buttons „Flaechen“ die gesamte Außenflächen gepickt.

## Randbedingungen

Button *Praeprozessor* → *Randbedingungen Zuweisen*. → Im Kontextmenü werden den Knoten-Sets und dem Flächen-Set nun Randbedingungen zugewiesen. Auf die gesamte Mantelfläche wirkt der Wasserdruck mit  $0.5 \text{ N/mm}^2$ . Die Knoten-Sets werden in der Weise festgehalten, dass das U-Boot „frei“ im Wasser schwebt, für die FEA dennoch statisch bestimmt gelagert ist.

1. Festhaltung: Set „Z\_Richtung“, Richtung X, Y, „Verschiebung“, Wert 0, Name „XY\_fest“.
2. Festhaltung: Set „X\_Richtung“, Richtung Y, Z, „Verschiebung“, Wert 0, Name „YZ\_fest“.
3. Druck: Set „Mantelflaeche“, Druck, Wert 0.5, Name „Wasserdruck“.

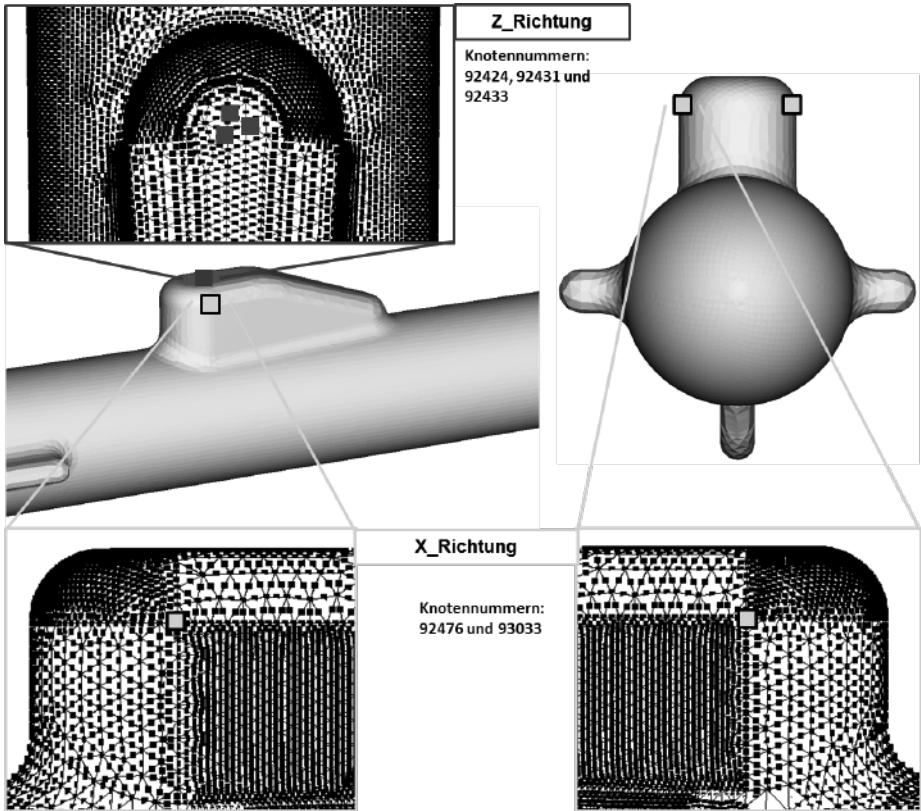


Bild 13.25-4: Knoten-Sets für virtuellen Fixpunkt

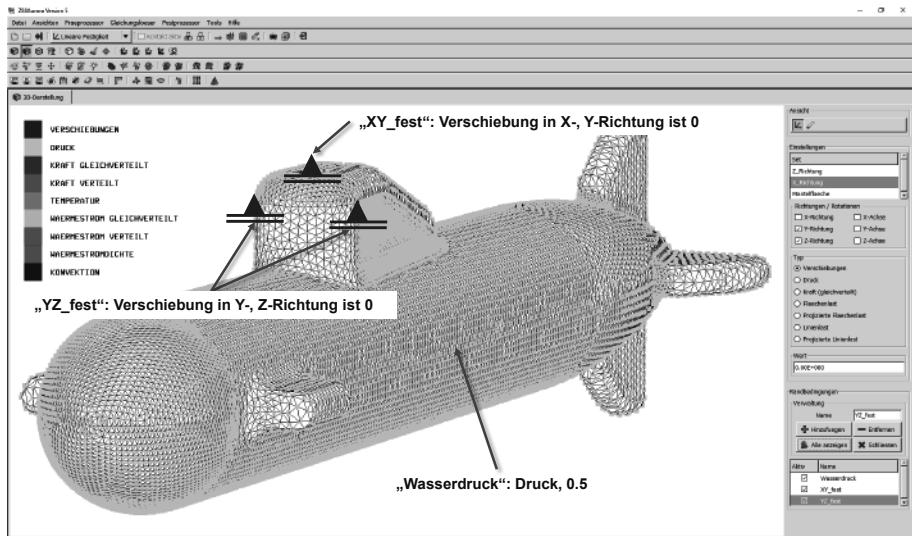


Bild 13.25-5: Randbedingungen

## Berechnung starten

Starten Sie die Berechnung mit dem „Pardiso-Solver“.

## Ausgaben

Der Pardiso-Solver liefert folgende Gesamtverschiebung und Spannungen in den Eckknoten:

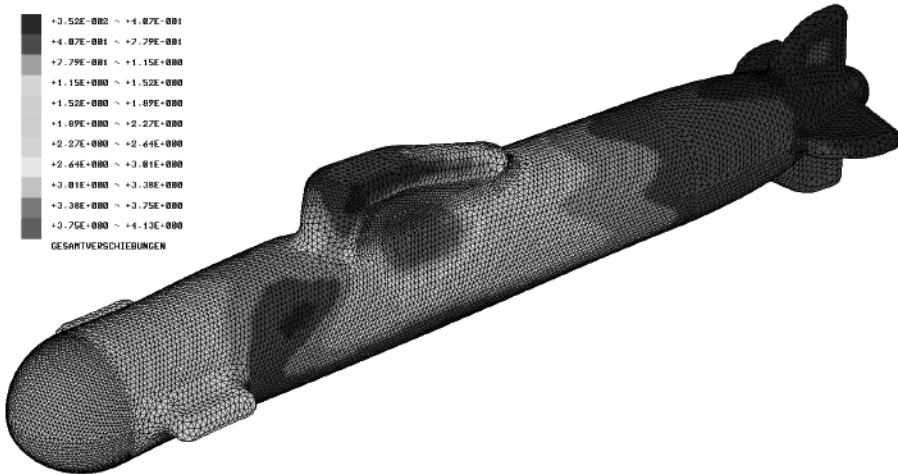


Bild 13.25-6: Darstellung der Ergebnisse: Gesamtverschiebung

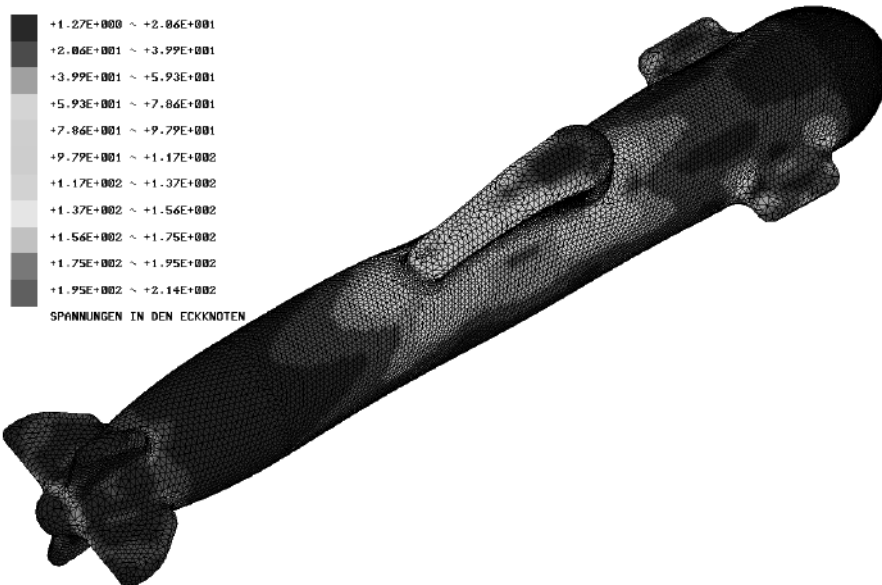
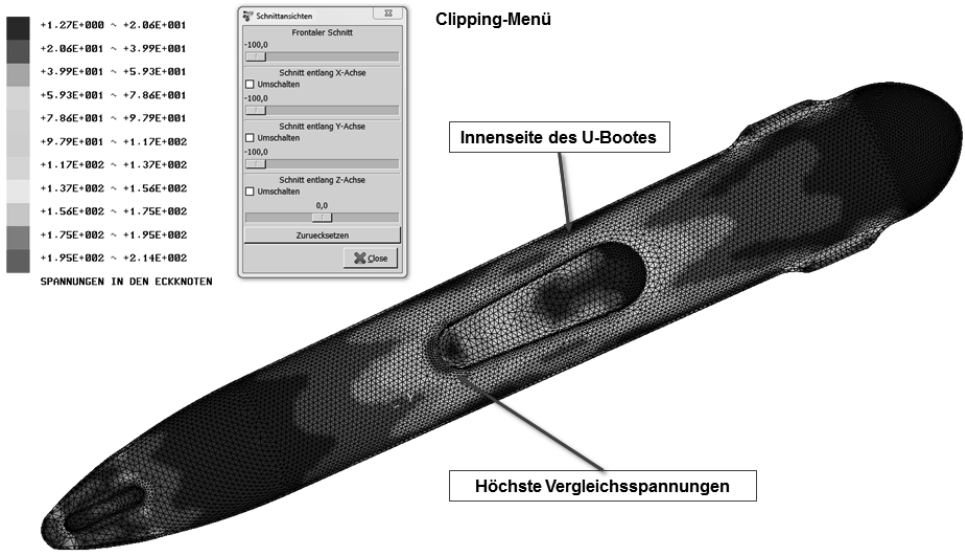


Bild 13.25-7: Darstellung der Ergebnisse: Vergleichsspannungen nach GEH in den Eckknoten



**Bild 13.26-8:** Darstellung der Ergebnisse im Inneren des U-Bootes: Vergleichsspannungen nach GEH in den Eckknoten

### ■ 13.26 Zahnrad aus Tetraedern Nr. 17

In diesem Beispiel wird ein Zahnrad, das als ABAQUS INP-Datei vorliegt, in Z88Aurora importiert und berechnet. Die Berechnung erfolgt mit statischer Last und ersetzt nicht eine Beanspruchungsberechnung nach DIN 3990. Das Zahnrad ist geradeverzahnt und hat Evolventen-Zahnflanken ohne jegliche Verzahnungsabweichung. Der Radkörper ist aus Gewichtsgründen mit Rippen versehen.

Es besitzt 30 Zähne, Modul 5 mm, einen Eingriffswinkel von 20° und einen Wälzkreisdurchmesser von 154 mm. Das Zahnrad soll mit einem Drehmoment von 160 Nm belastet werden.



**Bild 13.26-1:** Geometrie des Zahnrades in ABAQUS



## Neuen Projektordner erstellen

Erstellen Sie ein neues Projektverzeichnis



## Import ABAQUS-INP

Die Beispieldatei „zahnrad.inp“ aus „z88\_beispiele\_z88aurora/b26/Abaqus-Datei“ einlesen.

## Knotenpicken

Wechseln Sie in das Pickingmenü und „Knotenpicking“ und legen Sie nun drei Knoten-Sets an, eines für die Lagerstelle „Lager“ und zwei für die Normalkräfte entlang der Breitenrichtung der Zahnflanke. Für die Normalkraft werden zwei Knoten-Sets, „Last\_x“ und „Last\_y“, mit den gleichen gepickten Knoten benötigt, um die Normalkraft komponentenweise aufzuteilen. Das „Lager“-Set kann durch die Auswahl eines Knotens der Lagerfläche und dem Button „Flaeche“ gepickt werden.

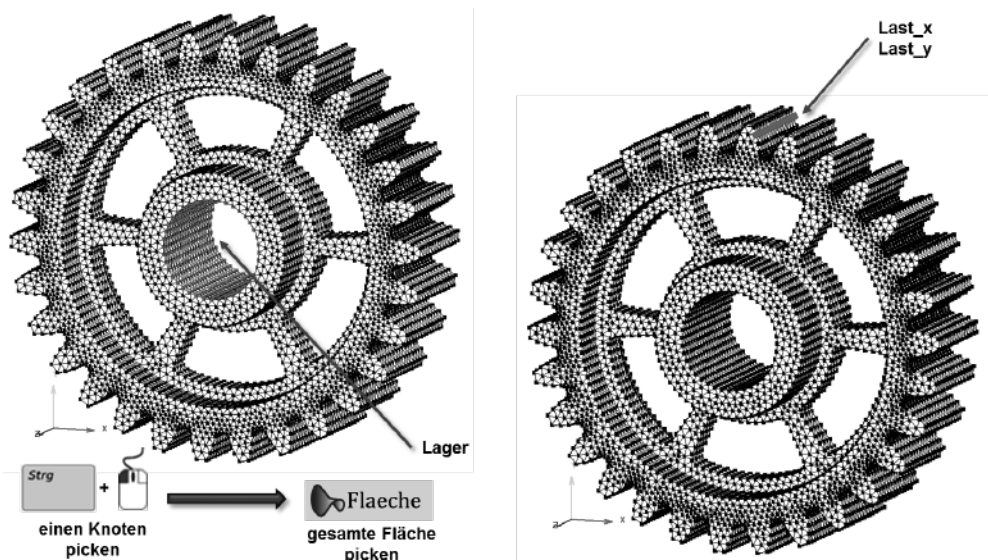


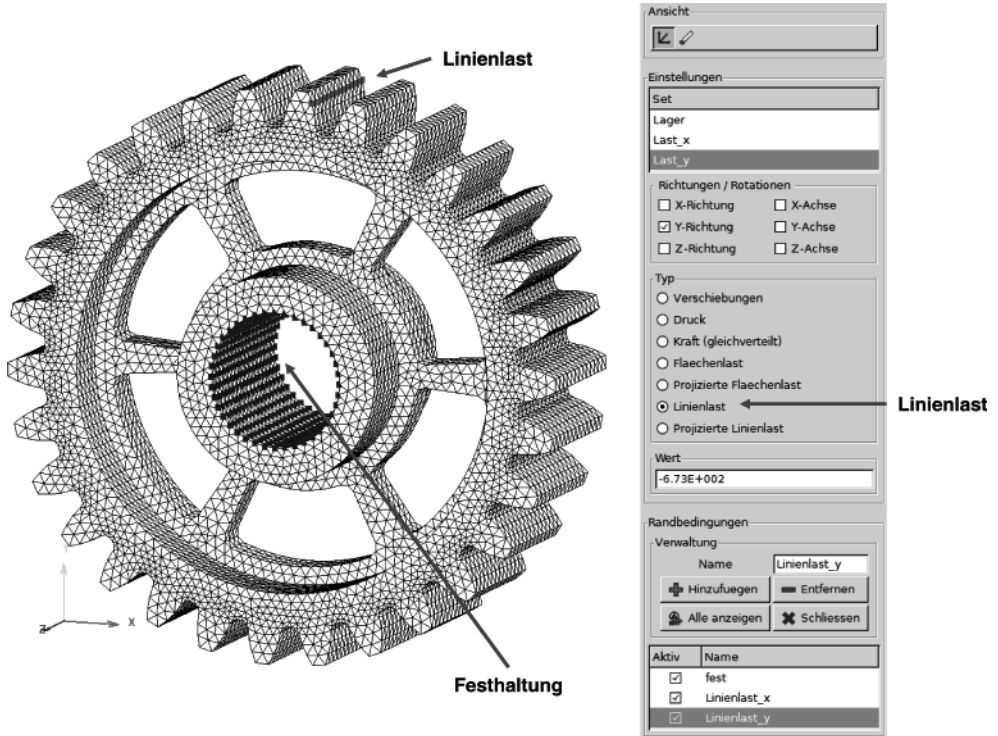
Bild 13.26-2: Knoten-Sets für Randbedingungen picken

## Randbedingungen

Button *Praeprocessor* → *Randbedingungen Zuweisen*. → Im Kontextmenü werden den Knoten-Sets nun Randbedingungen zugewiesen. Als Last wird die Normalkraft entlang der Berührlinie der Zahnflanke als Linienlast aufgebracht. Sie berechnet sich aus dem Drehmoment und der Richtung der Normale entlang der Berührlinie. Reibungseffekte bleiben unberücksichtigt.

1. Festhaltung: Set „Lager“, Richtung X, Y, Z, „Verschiebung“, Wert 0, Name „Festhaltung“.
2. Kraft aufbringen: Set „Last\_x“, Richtung X, Linienlast, Wert „-2170“, Name „Linienlast\_x“.
3. Kraft aufbringen: Set „Last\_y“, Richtung Y, Linienlast, Wert „-673“, Name „Linienlast\_y“.

Die Verwendung der Option „Linienlast“ erspart die Berechnung der einzelnen Kraftanteile der FE-Knoten entlang der Berührlinie der Zahnflanke. Die unter „Wert“ angegebene Last wird entsprechend dem Vorgehen der FEA bei Streckenlasten auf alle ausgewählten FE-Knoten verteilt. Zusätzlich fließen in die Kraftverteilung noch die Längen der belasteten Finiten Elemente ein. Nur so kann eine konstante Streckenlast entlang einer Linie gewährleistet werden.



**Bild 13.26-3:** Linienlast und Festhaltung

## Material erstellen

Verwenden Sie das Material Baustahl S235JR aus der Z88Aurora-Materialdatenbank.

## Berechnung starten

Starten Sie die Berechnung mit dem „Pardiso-Solver“.

## Ausgaben

Die Aufbringung der Last als Linienlast (konstante Streckenlast) bewirkt eine gleichmäßige Verschiebung über die gesamte Breite der Zahnflanke. Die höchsten Vergleichsspannungen nach GEH treten in den Rippen am Übergang zur Nabe auf. Je nachdem welchen Zahn Sie zur Aufgabe der Linienlast verwenden, ändern sich die Ergebnisse leicht, da die Entfernung des Zahns zur inneren Versteifung des Zahnrad von Belang ist.

# Index

## Symbole

3D-CAD-Programm 127

## A

Algorithmus von Cuthill-McKee 180

AutoCAD 477, 479, 596, 641 ff.

Automesher 180, 202, 473, 638

## B

Balken 3, 13, 521

Balkenelement 19, 183 f., 596

Balkenfachwerk 111, 113, 128

Balken Nr. 2 mit 2 Knoten im Raum 655

Balkentheorie 67, 273

Bandbreite 176 f., 179

Bandspeicherverfahren 174, 176, 196

Beispiele VI, 3, 20, 69, 77, 182, 185, 473 ff., 477, 344, 531

Biegeträger 521

## C

calloc 165, 171

CG-Verfahren 239

Characterverarbeitung 165

Cholesky-Verfahren 224 ff., 231, 253 f.

Cholesky-Zerlegung 242

Compactmodus 619, 632

Compilation 10, 17, 19, 163 f., 189 f., 195, 201, 284

Compilieren 231

COSMOS-Format 310, 473

COSMOS Konverter 310

C-Programm 165, 170

Crout-Zerlegung 224

Cuthill-McKee 253

Cuthill-McKee-Algorithmus 370, 474, 592, 669, 678

## D

Datei der Randbedingung 645

Diskretisierung 67 f.

Doolittle-Zerlegung 224

Drehmomentmeßnabe 591

Dreieckslast 111

Dreiecksmatrix 177, 223

Dreieckszerlegung 222

Dreigelenkbogen 595

Druckbehälter 477, 577

Durchlaufträger 13, 19, 111, 113, 128, 273 f.

## E

Ebener Spannungszustand 129

Ebener Träger 476

Eigenschwingungen 150

Eigenwertproblem 150

Einzelschrittverfahren 237

Elastizitätsmodul 32 ff., 275

Elastizitätstheorie V, 1, 3, 73, 269

Element-Steifigkeitsmatrix 6, 9, 14, 117, 273

Elementtangentialmatrizen 151

Exportieren 473, 531

## F

Fachwerk 127, 476

Fangmodi 645

Finite Elemente Analyse V, 2 f., 5, 67 f., 163, 165, 174, 191, 221, 224, 226, 237, 270, 477

Flächenlast 95 f., 654

Formänderungsarbeit 71

Formfunktion 76

Fundamenteigenschaft 76 f., 334

Funktionale 3

## G

Gabelschlüssel 476

Gauß-Legendre-Quadratur 86 f., 89

Gaußpunkt 270

Gauß-Seidel-Verfahren 237

Gauß-Verfahren 222

GEH 276

Gesamtproblem 19

Gesamtschrittverfahren 237

Gesamt-Steifigkeitsmatrix 9 f., 17 ff., 191, 328, 678

Gestaltsänderungsenergie-Hypothese 276

Getriebewelle 128, 476, 512

Gitterrost-Verfahren 1

Gleichstreckenlast 95

Gleichungslöser VI, 20, 221, 253, 326

Gleichungssystem 6 ff., 11 f., 18 f., 164, 221 f., 224, 227, 235, 240 f., 246, 328

**H**

Hexaeder Nr. 10 mit 20 Knoten 476  
Hüllenspeicherung 180

**I**

Integration 86  
Integrationsordnung 86  
Interpolationsfunktion 335  
INTORD 86, 353  
Isotropie 34  
Iterationssolver 235, 325  
iterative Verfahren 234

**J**

Jacobi-Determinante 92 f., 95, 200  
Jacobi-Matrix 90, 336  
Jacobi-Verfahren 196, 237, 239  
Jennings-Speicherverfahren 174, 182, 196  
JOR-Verfahren 238

**K**

Knotenkoordinaten 163 ff.  
Knotenkraft 285  
Knotenkräfte 283  
Knotennumerierung 180, 196, 338  
Knotennumerierung 474  
Knotenzahldifferenz 177 f.  
Koinzidenz 165, 337, 339, 341  
Koinzidenzliste 163 ff., 192, 338, 341  
Koinzidenzvektor 166 f., 171, 271, 331, 670, 678, 337, 340  
Konditionszahl 227, 240  
Kontakt, Kontaktberechnung, Kontaktanalyse V, 61, 210, 215, 388, 481, 759  
Konvektion 206, 321, 379, 480, 732  
Konvergenzverhalten 235  
Koordinatensystem 617  
Kraft 269  
Kraftmeßdose 478, 641

Kraftmeßelement 129, 478, 641, 646, 652  
Kranträger 128, 476, 501  
Kunststoffe 59  
Kurbelwelle 477, 580 ff.

**L**

Lager 3, 8, 13, 18 f., 477, 479, 617  
Lagrange-Polynom 334  
Lastverteilung 221, 646  
LR-Zerlegung 223  
LU-Zerlegung 175, 180, 196, 223

**M**

Massenmatrix 150  
Materialgesetz 644  
Materialmatrix 38, 73, 270  
Materialnichtlinearitäten 47, 58, 156, 385  
Materialplastizität 480, 745  
MAXGS 170, 172 f., 312, 592, 619, 632, 670, 678  
MAXKOI 170, 172 f., 312, 619, 632, 670, 678  
MAXSOR 327  
Methode von Ritz 3  
Motif 779 f.

**N**

NASTRAN-Format 310  
Natürliche Koordinaten 340  
Netzgenerator 337  
Netzgeneratordatei 644  
Netzgenerierung 476, 479  
Newton-Cotes Formel 86  
Nicht-Nullelemente-Speicherung 174, 190, 196  
NIFLAG 644  
Normalspannungs-Hypothese 276 f.

**O**

Offsetvektor 166 f., 271  
OpenGL 350  
Ottomotor 477

**P**

Plattenbiegung 39, 95  
Plattenprobleme 23  
Plattensegment 476, 530, 707, 712  
Pointer 117, 165, 167, 170 f., 184, 186, 191  
Pointervektor 181, 183, 185, 189, 191 f., 195, 201, 227, 231, 284  
Polynom 334  
Polynomgrad 76  
positiv definit 224  
Proportionalitätsgrenze 32

**Q**

Querdehnung 33  
Querkontraktionszahl 33 f., 275  
Querpreßverband 477, 549

**R**

Rahmen 111, 113  
Randbedingung 8 f., 12 f., 197 f.  
Reaktionskräfte 285  
Relaxationsparameter 238, 241  
Rendern 351  
RINGSPANN-Scheibe 254, 477  
Rohr unter Innendruck 477, 539, 549  
Rückrechnen 11  
Rückrechnung 222, 269

**S**

Schalen 134  
Schalenelemente 134  
Scheibenproblem 476 f., 638  
Schraubenschlüssel 68, 481, 478, 480, 342 f., 627  
Schubanteil 39  
Schubmodul 33  
Schubspannung 36  
Schubspannungs-Hypothese 276, 281  
Serendipity-Element 68, 166, 335, 337, 343, 651, 653, 334 f.  
Serendipity-Hexaeder 271  
Serendipity-Klasse 78

Serendipity Scheibe 80, 84,  
177f., 180, 630f., 638  
Serendipity Scheibendreieck  
80  
Serendipity-Tetraeder 78  
Shift-Faktor 243  
SICCG 242  
Skalierungsverfahren 227  
SKO-Verfahren 294, 481, 774  
Skyline-Verfahren 174, 180ff.,  
227  
Solver 221, 312, 314, 327  
SORCG 241  
SOR-Verfahren 238  
Spannung 71, 270, 273, 637  
Spannungsanzeige 353  
Spannungsberechnung 269,  
276  
Spannungs-Dehnungs-Schaubild  
32  
Speicherverfahren V, VI, 20,  
163, 174, 180, 182, 196, 221  
Spektralradius 235  
SSORC 241  
Stab 6f., 9ff., 67, 127f., 131,  
133, 166, 273  
STL-Geometrie 477, 480, 563,  
587, 639, 674, 753  
Streckenlast 93

Strukturoptimierung 287  
Superpositionsprinzip 34f.,  
163

## T

Temperaturanalyse 148  
Testmodus 618, 632ff.  
Tetraederkoordinaten 88  
Topologieoptimierung 287, 292,  
770, 774  
Torsionsbalken 67, 127, 131  
Toruselemente 140  
Trimmen 481, 756

## U

Umfahrungssinn 338

## V

Verfahren der Konjugierten  
Gradienten 239  
Vergleichsspannung 276,  
648  
Verschiebung 5, 8, 12f., 198f.,  
275, 362, 401  
Verschiebungen 353  
Verschiebungsfeld 69, 75f.

Verschiebungsgrößen-Verfahren  
8, 19f.

Verzerrung 131

Verzerrungs-Verschiebungs-  
Beziehung 36f.

Verzerrungs-Verschiebungs-  
Transformationsmatrix 74,  
270

Virtueller Fixpunkt 618

Vorkonditionierungs-Matrix  
240

## W

Wärmeleitfähigkeitsmatrix 148

Welle 128

Wellenelement 273f.

## Z

Z88G 310

Z8800.TXT 326

Z8801.TXT 326

Z8802.TXT 326

Z880.UGL 351

Zahnrad 478, 617

Zoomen 629

Zugspannung 273

Zugstab 5f., 33, 71