

Vorwort

Das vorliegende Übungsbuch mit Aufgaben zur Optik sowie deren Lösungen ist gedacht als Ergänzung zum Lehrbuch „Optik für Ingenieure und Naturwissenschaftler“, herausgegeben 2017 von E. Hering und R. Martin. Die ersten sieben Grundlagenkapitel des Lehrbuchs enthalten bereits eine große Zahl von Beispielen, die durch das Aufgabenbuch wesentlich erweitert werden.

Mit dieser Aufgabensammlung und den ausführlichen Lösungen wird ein Leserwunsch erfüllt. Die Aufgaben sind von verschiedenen Schwierigkeitsgraden; sie reichen von einfachen und leicht zu beantwortenden Fragen bis zu sehr komplexen Problemen, die mitunter nur mithilfe eines Rechners gelöst werden können. Mit vielen Abbildungen werden die Aufgaben und deren Lösungen veranschaulicht.

Die Zielgruppe, die mit diesem Buch angesprochen werden soll, sind Studierende, die ihre Kenntnisse und Fertigkeiten bei der Lösung optischer Fragestellungen vertiefen und festigen und sich auf Prüfungen dieses Fachgebiets vorbereiten wollen. Darüber hinaus ist die Beschäftigung mit optischen Fragen sicher auch interessant für Ingenieure und Naturwissenschaftler, die bereits mit optischen Technologien befasst sind oder aber sich einen Zugang erarbeiten wollen.

Das Aufgabenbuch ist genauso gegliedert wie sein großer Bruder, das Lehrbuch. Zu allen sieben Grundlagenkapiteln desselben wurden passende Übungsaufgaben formuliert und auf das Lehrbuch abgestimmt. Sämtliche Verweise auf Kapitel, Gleichungen, Bilder und Tabellen des Lehrbuches werden zur Unterscheidung kursiv dargestellt. Die Verweise innerhalb dieses Buches bleiben in Standardschrift.

Ich bedanke mich für die hervorragende Betreuung durch meine Lektorin, Frau Natalia Silakova sowie Frau Katrin Wulst vom Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag. Mein besonderer Dank gilt meiner Frau, die wieder einmal viel Geduld aufgebracht hat während der Entstehungszeit des Werks.

Meinen Leserinnen und Lesern wünsche ich nützliche Erkenntnisse auf dem Gebiet der Optik und Photonik. Vor allem aber hoffe ich, dass sie dieselbe Faszination erfahren wie ich, der ich als 13-jähriger Schüler erstmals mit optischen Phänomenen Bekanntschaft machte und seither davon begeistert bin.

Für Hinweise und Verbesserungsvorschläge bin ich stets dankbar.

Köngen, im April 2018

Rolf Martin

Inhalt

Vorwort	7
----------------------	---

Zum Geleit	21
-------------------------	----

Teil I Aufgaben

1 Einleitung	25
---------------------------	----

1.1 Lichtwellenlängen	25
1.2 Welleneigenschaften	25

2 Geometrische Optik	27
-----------------------------------	----

2.1 Lichtstrahlen, optische Abbildung	27
2.2 Fermat'sches Prinzip	27
2.3 Reflexion von Lichtstrahlen	27
2.3.1 Reflexionsgesetz aus Fermat'schem Prinzip	27
2.3.2 Winkelspiegel	27
2.3.3 Rotierende Flüssigkeit als Parabolspiegel	28
2.3.4 Konstruktive Verfolgung eines schiefen Strahls bei einem Spiegel ..	28
2.3.5 Abbildung eines weit entfernten Gegenstands durch einen Hohlspiegel	28
2.3.6 Newton'sche Abbildungsgleichung beim Hohlspiegel	29
2.3.7 Abbildung durch Hohl- und Wölbspiegel	29
2.3.8 Vergrößerung eines Kosmetikspiegels	29
2.4 Brechung des Lichts	30
2.4.1 Brechungsgesetz aus Fermat'schem Prinzip	30
2.4.2 Codenummern optischer Gläser	30
2.4.3 Brechung an einem Glaswürfel	30
2.4.4 Brechung und Totalreflexion an einem Prisma	30
2.4.5 Brechzahlbestimmung	31
2.4.6 Numerische Apertur einer Glasfaser	31
2.4.7 Minimaler Ablenkwinkel am Prisma	31
2.5 Brechung an gekrümmten Flächen	31
2.5.1 Kartesisches Ovaloid	31
2.5.2 Vergleich Kartesisches Ovaloid und Kugelfläche	32

2.5.3	Stablinse mit Abbe'scher Invariante	32
2.5.4	Kugellinse mit Abbe'scher Invariante	33
2.5.5	Kugelförmiges Aquarium	33
2.6	Abbildung durch Linsen	33
2.6.1	Linse an Luft und Wasser	33
2.6.2	Brennweite in Abhängigkeit vom umgebenden Medium	33
2.6.3	Linsenschleifergleichung	33
2.6.4	Linsenschleifergleichung	34
2.6.5	Bessel-Verfahren zur Brennweitenbestimmung	34
2.6.6	Abbildungsfälle bei einer Sammellinse	34
2.6.7	Abbildungsfälle bei einer Zerstreuungslinse	34
2.6.8	Abbildung eines weit entfernten Gegenstandes	35
2.6.9	Linsensystem mit drei Linsen	35
2.6.10	Dicke Linse, Fermat'sches Prinzip	35
2.6.11	Abbildung durch eine dicke Plankonvexlinse	36
2.6.12	Brennweite einer dicken Plankonvexlinse	36
2.6.13	Brennweite und Hauptebenen einer dicken Meniskuslinse	36
2.6.14	Brechkraft einer dicken Bikonvexlinse	36
2.6.15	Stablinse	36
2.6.16	Anamorphotische Abbildung	37
2.6.17	Linsensystem aus zwei Sammellinsen	37
2.6.18	Linsensystem aus Sammel- und Zerstreuungslinse	37
2.6.19	Achromat	38
2.7	Matrixmethoden der Gauß'schen Optik	38
2.7.1	Laserschneidkopf	38
2.7.2	Dreilinsiges System	39
2.7.3	Systemmatrix	39
2.7.4	Kollimation mit GRIN-Linse	40
2.7.5	Abbildung mit GRIN-Linse	40
2.7.6	Unterwasserlampe	40
2.7.7	Dünne Linse in verschiedenen Medien	41
2.7.8	Kombination aus Zerstreuungslinse und Hohlspiegel	41
2.8	Strahlbegrenzungen	41
2.8.1	Pupillen	41
2.8.2	Pupillenlagen und Öffnungswinkel	41
2.8.3	Pupillen und Öffnungswinkel eines Systems	42
2.8.4	Luken	42
2.8.5	Luken und Pupillen	42
2.8.6	Fernrohr mit Feldblende und Feldlinse	42
2.9	Abbildungsfehler	43
2.9.1	Fehlerarten	43
2.9.2	Farbfehler	43
2.9.3	Linsenanordnung für minimalen Öffnungsfehler	43
2.9.4	Linse bester Form	43
2.9.5	Reduktion der Koma	43
2.9.6	Beseitigung des Astigmatismus	44
2.9.7	Achromatisches Dublett	44

2.10	Optische Instrumente	44
2.10.1	Augenmodell mit Matrizenmethoden	44
2.10.2	Akkommodation der Augenlinse	45
2.10.3	Korrektur der Kurzsichtigkeit mit Kontaktlinse	45
2.10.4	Lupenvergrößerung	46
2.10.5	Huygens-Okular	46
2.10.6	Mikroskopvergrößerung	46
2.10.7	Förderliche Vergrößerung eines Mikroskops	46
2.10.8	Astronomisches Fernrohr	47
2.10.9	Galilei'sches Fernrohr	47
2.10.10	Auflösungsvermögen einer Digitalkamera	47
2.10.11	Schärfentiefe bei Nahaufnahmen	48

3 Radio- und Fotometrie 49

3.1	Strahlungsphysikalische Größen, Radiometrie	49
3.1.1	Kollimationsausbeute bei Kugelstrahler	49
3.1.2	Kollimationsausbeute bei Lambert-Strahler	49
3.1.3	Abstrahlung einer LED	50
3.1.4	Ebene Fläche strahlt auf Detektor	50
3.1.5	Strahldichte einer diffus reflektierenden Fläche	51
3.1.6	Wien'sches Verschiebungsgesetz	51
3.1.7	Stefan-Boltzmann-Gesetz	51
3.1.8	Lichtleitwert	51
3.2	Erfassen und Transfer der Strahlung von Lampen	52
3.2.1	Kenngrößen	52
3.2.2	Ulbrichtkugel	52
3.2.3	Bestrahlungsstärke in der Ulbrichtkugel	52
3.3	Lichttechnische Größen, Fotometrie	53
3.3.1	Lichtstrom einer roten LED	53
3.3.2	Lichtstrom einer Wolfram-Halogen-Lampe	53
3.3.3	Hellempfindlichkeitsgrad	54
3.3.4	Abstrahlcharakteristik einer LED	54
3.3.5	Straßenbeleuchtung	55
3.4	Lichttechnische Größen, Fotometrie	55
3.4.1	Farbwertanteile eines schwarzen Strahlers	55
3.4.2	Farbwertanteile einer LED	55
3.4.3	Farbwertanteile einer Wolfram-Halogen-Lampe	57
3.4.4	Farbmischung	57

4 Wellenoptik 59

4.1	Elektromagnetische Wellen	59
4.1.1	Sichtbares Spektrum	59
4.1.2	Wellengleichung in Abhängigkeit von der Laufrichtung	59
4.1.3	Laufrichtung einer Welle	59
4.1.4	Kugelwelle	59
4.1.5	Ebene Wellen in verschiedenen Richtungen	60

4.1.6	Feldstärken solarer Strahlung	60
4.2	Polarisation des Lichts	60
4.2.1	Polarisationsformen	60
4.2.2	Jones-Vektoren	60
4.2.3	Interpretation von Jones-Vektoren	61
4.2.4	Gesetz von Malus	61
4.2.5	Viertel- und Halbwellenplatte	61
4.2.6	Jones Matrizen	61
4.2.7	Polarisation durch Reflexion	61
4.2.8	Polarisationsfolien	62
4.2.9	Gesetz von Malus mit realen Polarisatoren	62
4.2.10	Indexellipsoid in einachsigen Kristallen	62
4.2.11	Glan-Taylor-Prisma	62
4.2.12	Rochon-Prisma	63
4.2.13	$\lambda/2$ -Platte nullter Ordnung	63
4.2.14	Licht-Modulator	64
4.3	Lichtwellen an Grenzflächen	64
4.3.1	Fresnel'sche Gleichungen	64
4.3.2	Fresnel-Rhombus	64
4.3.3	Totalreflexion	64
4.3.4	Reflexion an einer Metalloberfläche	65
4.4	Interferenz	65
4.4.1	Gangunterschied	65
4.4.2	Zweistrahlinterferenz	65
4.4.3	Laser-Array	66
4.4.4	Doppelspalt	66
4.4.5	Kohärenzeigenschaften eines Halbleiterlasers	66
4.4.6	Kohärenzeigenschaften einer Spektrallampe	67
4.4.7	Gruppenindex	67
4.4.8	Gruppenindex von Quarzglas	67
4.4.9	Holografisches Gitter	67
4.4.10	Stehende Wellen im Laser-Resonator	68
4.4.11	Farbreflexe einer Seifenlamelle	68
4.4.12	Fizeau-Streifen	69
4.4.13	Reflexvermindernde Einzelschicht	69
4.4.14	Reflexvermindernde Einzelschicht für Unterwasserkamera	69
4.4.15	Dielektrischer Spiegel	69
4.4.16	Michelson-Interferometer	70
4.4.17	Wärmeausdehnung mit Michelson-Interferometer	70
4.4.18	Fabry-Perot-Interferometer	70
4.5	Beugung	71
4.5.1	Huygens'sches Prinzip	71
4.5.2	Spaltbeugung	71
4.5.3	Intensitätsverhältnisse bei der Spaltbeugung	72
4.5.4	Linsenfokus	72
4.5.5	Auflösungsvermögen des Auges und Pixelbilder	72
4.5.6	Airy-Scheibchen	72

4.5.7	Doppelspalt	73
4.5.8	Auflösung eines Gitters	73
4.5.9	Spektrometer mit Reflexionsgitter	74
4.5.10	Lineare Dispersion	74
4.6	Gauß'sche Strahlen	74
4.6.1	Strahlradius	74
4.6.2	Lunar Laser Ranging	74
4.6.3	Gaußstrahl	75
4.6.4	Laserfokussierung	75
4.6.5	Laser mit geringer Divergenz	76
4.7	Holografie	76
4.7.1	Weißlichthologramm	76
4.7.2	Intensitätsverlauf bei Hologramm-Belichtung	77

5 Quantenoptik79

5.1	Lichtquanten	79
5.1.1	Äußerer Fotoeffekt	79
5.1.2	Innerer Fotoeffekt	79
5.1.3	Lichtdruck	79
5.1.4	Druck solarer Photonen	80
5.1.5	Photonenenergien und -impulse	81
5.2	Welle-Teilchen-Dualismus	81
5.2.1	Antreffwahrscheinlichkeit gebeugter Photonen	81
5.3	Absorption und Emission von Licht	82
5.3.1	Photonabsorption	82
5.3.2	Impuls- und Energieerhaltung bei der Emission	82
5.3.3	Lebensdauer angeregter Elektronen und spektrale Linienbreite	82
5.4	Laser	83
5.4.1	Verstärkung eines Lasers	83
5.4.2	Reflexionsgrad von Laserspiegeln	83
5.4.3	Frequenzänderung infolge von Längenänderung	83
5.4.4	Monomode-Laser	83
5.4.5	Laser-Pulse	83
5.4.6	Femtosekundenlaser	84

6 Optoelektronik85

6.1	Halbleiter-Sender	85
6.1.1	Temperaturdrift der LED-Farbe	85
6.1.2	Wirkungsgrade einer LED	85
6.1.3	Plastik-Vergusskörper einer LED	85
6.1.4	Modulation einer IRED	86
6.1.5	Temperaturabhängigkeit der Laserschwelle	87
6.1.6	Abstand longitudinaler Moden	87
6.1.7	Modensprünge	87
6.1.8	Modulation eines Halbleiterlasers	88
6.1.9	Laserschwelle	88

6.1.10	DFB-Laser.	88
6.2	Halbleiter-Detektoren.	89
6.2.1	Eindringtiefe von Photonen.	89
6.2.2	Quantenausbeute und Empfindlichkeit.	89
6.2.3	Detektivität von pin-Fotodioden.	89
6.2.4	Lawinenfotodiode.	89
7	Führung von Licht in Lichtwellenleitern.	91
7.1	Einleitung.	91
7.1.1	Eigenschaften von Lichtwellenleitern.	91
7.2	Schichtwellenleiter.	91
7.2.1	Doppelheterostruktur.	91
7.3	Wellen in zylindrischen Fasern.	91
7.3.1	Stufenindex-Faser.	91
7.3.2	Monomode-Faser.	92
7.3.3	Zusammensetzung des Faserkerns.	92
7.4	Dämpfung in Lichtwellenleitern.	92
7.4.1	Dämpfungskoeffizient.	92
7.4.2	Dämpfung in PMMA.	93
7.4.3	Abschneidemethode.	93
7.4.4	Wechsel des Sendelasers.	93
7.4.5	Nachrichtenübertragung auf POF.	93
7.5	Dispersion im Lichtwellenleiter.	94
7.5.1	Bitrate einer Stufenindex-Faser.	94
7.5.2	Bitrate einer Plastikfaser.	94
7.5.3	Kombination von Dispersionsmechanismen.	94

Teil II Lösungen

1	Einleitung.	97
1.1	Lichtwellenlängen.	97
1.2	Welleneigenschaften.	97
2	Geometrische Optik.	99
2.1	Lichtstrahlen, optische Abbildung.	99
2.3	Reflexion von Lichtstrahlen.	99
2.3.1	Reflexionsgesetz aus Fermat'schem Prinzip.	99
2.3.2	Winkelspiegel.	99
2.3.3	Rotierende Flüssigkeit als Parabolspiegel.	100
2.3.4	Konstruktive Verfolgung eines schiefen Strahls bei einem Spiegel.	101
2.3.5	Abbildung eines weit entfernten Gegenstands durch einen Hohlspiegel.	101
2.3.6	Newton'sche Abbildungsgleichung beim Hohlspiegel.	101
2.3.7	Abbildung durch Hohl- und Wölbspiegel.	102

2.3.8	Vergrößerung eines Kosmetikspiegels	102
2.4	Brechung des Lichts	103
2.4.1	Brechungsgesetz aus Fermat'schem Prinzip	103
2.4.2	Codenummern optischer Gläser	104
2.4.3	Brechung an einem Glaswürfel	104
2.4.4	Brechung und Totalreflexion an einem Prisma	104
2.4.5	Brechzahlbestimmung	105
2.4.6	Numerische Apertur einer Glasfaser	105
2.4.7	Minimaler Ablenkwinkel am Prisma	105
2.5	Brechung an gekrümmten Flächen	107
2.5.1	Kartesisches Ovaloid	107
2.5.2	Vergleich Kartesisches Ovaloid und Kugelfläche	108
2.5.3	Stablinse mit Abbe'scher Invariante	108
2.5.4	Kugellinse mit Abbe'scher Invariante	109
2.5.5	Kugelförmiges Aquarium	109
2.6	Abbildung durch Linsen	109
2.6.1	Linse an Luft und Wasser	109
2.6.2	Brennweite in Abhängigkeit vom umgebenden Medium	110
2.6.3	Linsenschleifergleichung	110
2.6.4	Linsenschleifergleichung	111
2.6.5	Bessel-Verfahren zur Brennweitenbestimmung	112
2.6.6	Abbildungsfälle bei einer Sammellinse	112
2.6.7	Abbildungsfälle bei einer Zerstreuungslinse	112
2.6.8	Abbildung eines weit entfernten Gegenstandes	113
2.6.9	Linsensystem mit drei Linsen	113
2.6.10	Dicke Linse, Fermat'sches Prinzip	114
2.6.11	Abbildung durch eine dicke Plankonvexlinse	114
2.6.12	Brennweite einer dicken Plankonvexlinse	115
2.6.13	Brennweite und Hauptebenen einer dicken Meniskuslinse	115
2.6.14	Brechkraft einer dicken Bikonvexlinse	115
2.6.15	Stablinse	116
2.6.16	Anamorphotische Abbildung	117
2.6.17	Linsensystem aus zwei Sammellinsen	118
2.6.18	Linsensystem aus Sammel- und Zerstreuungslinse	119
2.6.19	Achromat	120
2.7	Matrixmethoden der Gauß'schen Optik	121
2.7.1	Laserschneidkopf	121
2.7.2	Dreilinsiges System	122
2.7.3	Systemmatrix	123
2.7.4	Kollimation mit GRIN-Linse	124
2.7.5	Abbildung mit GRIN-Linse	125
2.7.6	Unterwasserlampe	126
2.7.7	Dünne Linse in verschiedenen Medien	128
2.7.8	Kombination aus Zerstreuungslinse und Hohlspiegel	129
2.8	Strahlbegrenzungen	130
2.8.1	Pupillen	130
2.8.2	Pupillenlagen und Öffnungswinkel	130

2.8.3	Pupillen und Öffnungswinkel eines Systems.	132
2.8.4	Luken	132
2.8.5	Luken und Pupillen.	133
2.8.6	Fernrohr mit Feldblende und Feldlinse	134
2.9	Abbildungsfehler	135
2.9.1	Fehlerarten	135
2.9.2	Farbfehler.	135
2.9.3	Linsenordnung für minimalen Öffnungsfehler	136
2.9.4	Linse bester Form	136
2.9.5	Reduktion der Koma.	136
2.9.6	Beseitigung des Astigmatismus	137
2.9.7	Achromatisches Dublett.	137
2.10	Optische Instrumente.	137
2.10.1	Augenmodell mit Matrizenmethoden	137
2.10.2	Akkommodation der Augenlinse	139
2.10.3	Korrektur der Kurzsichtigkeit mit Kontaktlinse	141
2.10.4	Lupenvergrößerung	141
2.10.5	Huygens-Okular	142
2.10.6	Mikroskopvergrößerung.	143
2.10.7	Förderliche Vergrößerung eines Mikroskops.	144
2.10.8	Astronomisches Fernrohr.	144
2.10.9	Galilei'sches Fernrohr	145
2.10.10	Auflösungsvermögen einer Digitalkamera.	146
2.10.11	Schärfentiefe bei Nahaufnahmen	147

3 Radio- und Fotometrie 149

3.1	Strahlungsphysikalische Größen, Radiometrie	149
3.1.1	Kollimationsausbeute bei Kugelstrahler.	149
3.1.2	Kollimationsausbeute bei Lambert-Strahler.	149
3.1.3	Abstrahlung einer LED.	150
3.1.4	Ebene Fläche strahlt auf Detektor.	151
3.1.5	Strahldichte einer diffus reflektierenden Fläche.	152
3.1.6	Wien'sches Verschiebungsgesetz	153
3.1.7	Stefan-Boltzmann-Gesetz	153
3.1.8	Lichtleitwert.	154
3.2	Erfassen und Transfer der Strahlung von Lampen	155
3.2.1	Kenngößen	155
3.2.2	Ulbrichtkugel.	156
3.2.3	Bestrahlungsstärke in der Ulbrichtkugel	157
3.3	Lichttechnische Größen, Fotometrie.	158
3.3.1	Lichtstrom einer roten LED	158
3.3.2	Lichtstrom einer Wolfram-Halogen-Lampe.	159
3.3.3	Hellempfindlichkeitsgrad.	160
3.3.4	Abstrahlcharakteristik einer LED	161
3.3.5	Straßenbeleuchtung	161
3.4	Lichttechnische Größen, Fotometrie.	162

3.4.1	Farbwertanteile eines schwarzen Strahlers	162
3.4.2	Farbwertanteile einer LED	162
3.4.3	Farbwertanteile einer Wolfram-Halogen-Lampe	163
3.4.4	Farbmischung	164

4 Wellenoptik 167

4.1	Elektromagnetische Wellen	167
4.1.1	Sichtbares Spektrum	167
4.1.2	Wellengleichung in Abhängigkeit von der Laufrichtung	167
4.1.3	Laufrichtung einer Welle	167
4.1.4	Kugelwelle	167
4.1.5	Ebene Wellen in verschiedenen Richtungen	168
4.1.6	Feldstärken solarer Strahlung	169
4.2	Polarisation des Lichts	169
4.2.1	Polarisationsformen	169
4.2.2	Jones-Vektoren	169
4.2.3	Interpretation von Jones-Vektoren	171
4.2.4	Gesetz von Malus	172
4.2.5	Viertel- und Halbwellenplatte	173
4.2.6	Jones Matrizen	174
4.2.7	Polarisation durch Reflexion	176
4.2.8	Polarisationsfolien	177
4.2.9	Gesetz von Malus mit realen Polarisatoren	177
4.2.10	Indexellipsoid in einachsigen Kristallen	178
4.2.11	Glan-Taylor-Prisma	178
4.2.12	Rochon-Prisma	179
4.2.13	$\lambda/2$ -Platte nullter Ordnung	180
4.2.14	Licht-Modulator	181
4.3	Lichtwellen an Grenzflächen	182
4.3.1	Fresnel'sche Gleichungen	182
4.3.2	Fresnel-Rhombus	184
4.3.3	Totalreflexion	184
4.3.4	Reflexion an einer Metalloberfläche	185
4.4	Interferenz	185
4.4.1	Gangunterschied	185
4.4.2	Zweistrahlinterferenz	186
4.4.3	Laser-Array	187
4.4.4	Doppelspalt	187
4.4.5	Kohärenzeigenschaften eines Halbleiterlasers	188
4.4.6	Kohärenzeigenschaften einer Spektrallampe	188
4.4.7	Gruppenindex	188
4.4.8	Gruppenindex von Quarzglas	189
4.4.9	Holografisches Gitter	190
4.4.10	Stehende Wellen im Laser-Resonator	190
4.4.11	Farbreflexe einer Seifenlamelle	190
4.4.12	Fizeau-Streifen	191

4.4.13	Reflexvermindernde Einzelschicht	192
4.4.14	Reflexvermindernde Einzelschicht für Unterwasserkamera	192
4.4.15	Dielektrischer Spiegel	193
4.4.16	Michelson-Interferometer	193
4.4.17	Wärmeausdehnung mit Michelson-Interferometer	193
4.4.18	Fabry-Perot-Interferometer	194
4.5	Beugung	195
4.5.1	Huygens'sches Prinzip	195
4.5.2	Spaltbeugung	196
4.5.3	Intensitätsverhältnisse bei der Spaltbeugung	197
4.5.4	Linsenfokus	197
4.5.5	Auflösungsvermögen des Auges und Pixelbilder	197
4.5.6	Airy-Scheibchen	198
4.5.7	Doppelspalt	199
4.5.8	Auflösung eines Gitters	200
4.5.9	Spektrometer mit Reflexionsgitter	200
4.5.10	Lineare Dispersion	201
4.6	Gauß'sche Strahlen	201
4.6.1	Strahlradius	201
4.6.2	Lunar Laser Ranging	202
4.6.3	Gaußstrahl	202
4.6.4	Laserfokussierung	203
4.6.5	Laser mit geringer Divergenz	204
4.7	Holografie	204
4.7.1	Weißlichthologramm	204
4.7.2	Intensitätsverlauf bei Hologramm-Belichtung	205

5 Quantenoptik 207

5.1	Lichtquanten	207
5.1.1	Äußerer Fotoeffekt	207
5.1.2	Innerer Fotoeffekt	208
5.1.3	Lichtdruck	208
5.1.4	Druck solarer Photonen	208
5.1.5	Photonenenergien und -impulse	209
5.2	Welle-Teilchen-Dualismus	209
5.2.1	Antreffwahrscheinlichkeit gebeugter Photonen	209
5.3	Absorption und Emission von Licht	211
5.3.1	Photonabsorption	211
5.3.2	Impuls- und Energieerhaltung bei der Emission	211
5.3.3	Lebensdauer angeregter Elektronen und spektrale Linienbreite	212
5.4	Laser	213
5.4.1	Verstärkung eines Lasers	213
5.4.2	Reflexionsgrad von Laserspiegeln	213
5.4.3	Frequenzänderung infolge von Längenänderung	213
5.4.4	Monomode-Laser	214
5.4.5	Laser-Pulse	214

5.4.6	Femtosekundenlaser	215
-------	--------------------	-----

6 Optoelektronik 217

6.1	Halbleiter-Sender	217
6.1.1	Temperaturdrift der LED-Farbe	217
6.1.2	Wirkungsgrade einer LED	217
6.1.3	Plastik-Vergusskörper einer LED	218
6.1.4	Modulation einer IRED	218
6.1.5	Temperaturabhängigkeit der Laserschwelle	219
6.1.6	Abstand longitudinaler Moden	219
6.1.7	Modensprünge	220
6.1.8	Modulation eines Halbleiterlasers	221
6.1.9	Laserschwelle	221
6.1.10	DFB-Laser	222
6.2	Halbleiter-Detektoren	222
6.2.1	Eindringtiefe von Photonen	222
6.2.2	Quantenausbeute und Empfindlichkeit	222
6.2.3	Detektivität von pin-Fotodioden	223
6.2.4	Lawinenfotodiode	223

7 Führung von Licht in Lichtwellenleitern 225

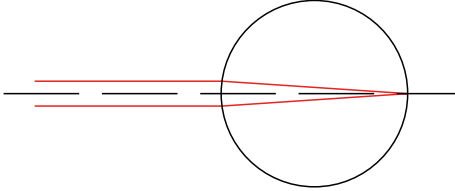
7.1	Einleitung	225
7.1.1	Eigenschaften von Lichtwellenleitern	225
7.2	Schichtwellenleiter	225
7.2.1	Doppelheterostruktur	225
7.3	Wellen in zylindrischen Fasern	227
7.3.1	Stufenindex-Faser	227
7.3.2	Monomode-Faser	227
7.3.3	Zusammensetzung des Faserkerns	228
7.4	Dämpfung in Lichtwellenleitern	229
7.4.1	Dämpfungskoeffizient	229
7.4.2	Dämpfung in PMMA	230
7.4.3	Abschneidemethode	230
7.4.4	Wechsel des Sendelasers	231
7.4.5	Nachrichtenübertragung auf POF	231
7.5	Dispersion im Lichtwellenleiter	232
7.5.1	Bitrate einer Stufenindex-Faser	232
7.5.2	Bitrate einer Plastikfaser	233
7.5.3	Kombination von Dispersionsmechanismen	233

TEIL I

Aufgaben

2.5.4 Kugellinse mit Abbe'scher Invariante

Welchen Brechungsindex müsste eine transparente Kugel haben, damit ein durch die Mitte gehendes paralleles Strahlenbündel auf einem gegenüber liegenden Punkt auf der Kugeloberfläche fokussiert würde? Die Kugel befindet sich an Luft.



2.5.5 Kugelförmiges Aquarium

Ein Fisch schwimmt in der Mitte eines kugelförmigen Aquariums mit dem Durchmesser 32 cm. Wo erscheint das Bild des Fisches, wenn der Einfluss des dünnen Glases auf die Brechung der Lichtstrahlen vernachlässigt wird?

■ 2.6 Abbildung durch Linsen

2.6.1 Linse an Luft und Wasser

Die Konkavseite einer dünnen Plankonvexlinse ($n_L = 1,6$) hat einen Krümmungsradius von $r = +120$ mm. Die Linse ist auf der Planseite von Wasser umgeben ($n_W = 1,333$) und auf der Konkavseite von Luft.

- Wie groß ist die Brennweite der Linse auf der Wasser- bzw. Luftseite?
- Wo entsteht das Bild eines Gegenstandes, der im Abstand $a = -300$ mm vor der Linse (in der Luft) steht? Wie groß ist der Abbildungsmaßstab?
- Konstruieren Sie die Abbildung.

2.6.2 Brennweite in Abhängigkeit vom umgebenden Medium

Welche Brennweite f'_W hat eine Glaslinse in Wasser ($n_W = 4/3$), wenn sie an Luft die Brennweite f'_L besitzt? Welche Rolle spielt die Brechzahl n_L des Linsenmaterials?

2.6.3 Linsenschleifergleichung

Eine Linse aus Flintglas hat den Krümmungsradius $r_1 = 400$ mm. Der Brechungsindex des Glases beträgt $n_L = 1,62$. Welchen Radius muss die zweite Fläche haben, damit die Brechkraft der Linse $D' = 2$ dpt beträgt? Welche Form hat die Linse?

2.6.4 Linsenschleifergleichung

Stellen Sie die Brechkraft D' einer dünnen Linse grafisch dar in Abhängigkeit vom Verhältnis r_1/r_2 der Krümmungsradien der beiden Kugelflächen. Die Brechzahl des Glases sei $n_L = 1,5$, der Krümmungsradius der linken Fläche $r_1 = 100$ mm.

Für welche Radienverhältnisse r_1/r_2 liegt eine Sammel- bzw. Zerstreuungslinse vor?

2.6.5 Bessel-Verfahren zur Brennweitenbestimmung

Zur experimentellen Bestimmung der Brennweite einer Linse wird auf einer optischen Bank ein leuchtender Gegenstand und eine Mattscheibe im Abstand $l = 1$ m angeordnet. Zwischen Gegenstand und Mattscheibe wird die zu vermessende Linse auf einen Verschiebereiter gesteckt. Durch Verschieben der Linse wird festgestellt, dass ein scharfes, vergrößertes Bild auf der Mattscheibe entsteht, wenn sich die Linse im Abstand 30 cm vom Gegenstand befindet.

- Wie groß ist die Brennweite f' der Linse?
- In welcher Entfernung vom Gegenstand muss sich die Linse befinden, damit wieder eine scharfe Abbildung entsteht, allerdings eine Verkleinerung, entsteht?

2.6.6 Abbildungsfälle bei einer Sammellinse

Gegeben sei eine dünne Sammellinse der Brennweite $f' = 10$ cm. Berechnen Sie für verschiedene Gegenstandsweiten a die Bildweite a' sowie den Abbildungsmaßstab β' und klassifizieren Sie die Abbildung (reell/virtuell, kopfstehend/aufrecht, vergrößert/verkleinert). Ergänzen Sie die Tabelle.

a/cm	a'/cm	β'	Abbildung
-100			
-20			
-10			
-5			

2.6.7 Abbildungsfälle bei einer Zerstreuungslinse

Machen Sie dieselben Überlegungen wie in Aufgabe 2.6.6 aber mit einer Zerstreuungslinse der Brennweite $f' = -10$ cm.

Ergänzen Sie die Tabelle.

a/cm	a'/cm	β'	Abbildung
-100			
-20			
-10			
-5			

2.6.8 Abbildung eines weit entfernten Gegenstandes

Mit einer Sammellinse der Brennweite $f' = 20$ cm soll die Sonne auf einer Mattscheibe abgebildet werden. Die Sonne erscheint von der Erde aus unter dem Winkel $\sigma = 32'$ (Winkelminuten).

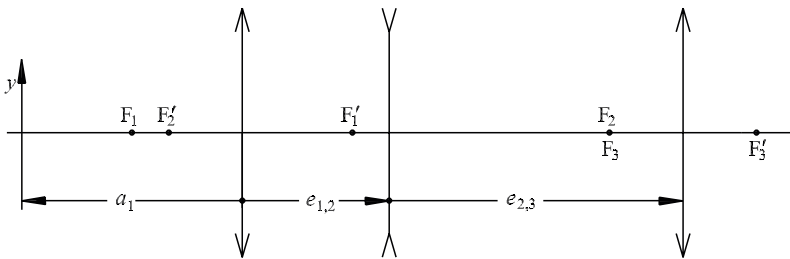
In welchem Abstand von der Linse erscheint das Sonnenbild und wie groß ist es?

Warnung! Die Leistungsdichte im Fokus ist extrem hoch und Gegenstände werden angezündet.

2.6.9 Linsensystem mit drei Linsen

Die Abbildung durch ein System aus drei dünnen Linsen soll sukzessive durchgerechnet werden. Die Linsen haben die Brennweiten $f'_1 = 30$ mm, $f'_2 = -75$ mm, $f'_3 = 15$ mm sowie die Abstände $e_{1,2} = 30$ mm, $e_{2,3} = 90$ mm.

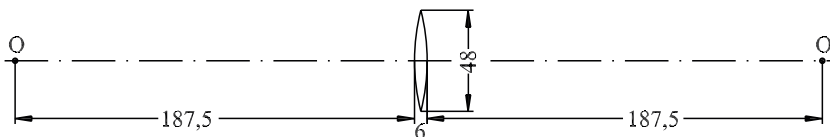
Wo entsteht das Bild eines Gegenstands, der 60 mm vor der ersten Linse steht und wie groß ist der Abbildungsmaßstab?



2.6.10 Dicke Linse, Fermat'sches Prinzip

Durch eine dicke, symmetrische Bikonvexlinse wird ein Objektpunkt O auf der optischen Achse in einen Bildpunkt O' abgebildet, wobei die beiden Punkte von den jeweiligen Linsenscheiteln den Abstand 187,5 mm haben. Die Linse hat den Durchmesser $D = 48$ mm und die Dicke $d = 6$ mm.

Bestimmen Sie den Brechungsindex n_L des Linsenmaterials mithilfe des Fermat'schen Prinzips, wonach bei einer optischen Abbildung der optische Weg für alle an der Abbildung teilnehmenden Strahlen gleich lang sein muss.



2.6.11 Abbildung durch eine dicke Plankonvexlinse

Gegeben ist eine plankonvexe Linse mit den Daten $r_1 = \infty$, $r_2 = -40$ mm, $d = 20$ mm und $n_L = 1,7$.

- Wie groß ist die bildseitige Brennweite f' der Linse?
- Wo befinden sich die Hauptebenen H und H' relativ zu den Scheiteln?
- Im Abstand $s_0 = -120$ mm von der ebenen Fläche befindet sich ein Objekt. In welcher Entfernung s'_0 von der Kugelfläche entsteht das Bild?
- Wie groß ist der Abbildungsmaßstab β' ?

2.6.12 Brennweite einer dicken Plankonvexlinse

Wie hängt bei einer Plankonvexlinse die Brennweite von der Linsendicke ab?

2.6.13 Brennweite und Hauptebenen einer dicken Meniskuslinse

Wie groß ist die Brennweite f' einer Meniskuslinse mit $r_1 = r_2 = r$ und der Dicke d ? Wo liegen die Hauptebenen? Zeichnen Sie maßstäblich die Brechung eines von links kommenden achsenparallelen Strahls für $r = 50$ mm, $d = 30$ mm und $n_L = 1,7$.

2.6.14 Brechkraft einer dicken Bikonvexlinse

Wie hängen die Brennweite f' und die Brechkraft D' einer dicken, symmetrischen Bikonvexlinse von ihrer Dicke d ab?

Zeichnen Sie ein Diagramm für $r_1 = -r_2 = r = 100$ mm und $n_L = 1,5$ für $0 \leq d \leq 100$ mm. Gibt es eine Linsendicke, für welche die Brechkraft null wird, d. h. die Brennweite unendlich?

2.6.15 Stablinse

Stablinse sind zylindrische Gläser, die an einem oder beiden Enden sphärisch gekrümmt sind. Sie werden u. a. in der Endoskopie und Faseroptik zur Lichtleitung eingesetzt.

Ein Hersteller bietet eine Stablinse mit folgenden Spezifikationen an:

$D = 2$ mm, $R = 1,25$ mm, $d = 2$ mm, BK7-Glas mit $n_L = 1,517$.

Berechnen Sie die Brennweite der Linse an Luft sowie die Lagen der Hauptebenen und Brennpunkte. Welche Dicke d müsste die Linse haben, damit der gegenstandseitige Brennpunkt F mit der Planfläche zusammenfällt (siehe auch Aufgabe 2.5.3)?

TEIL II

Lösungen

b) Die Brechung an der Planfläche geschieht nach dem Snellius'schen Brechungsgesetz:

$$n_L \sin \sigma_1 = \sin \sigma_2, \quad \sin \sigma_1 \approx \tan \sigma_1 = 1/24, \quad \sigma_2 = 3,58^\circ.$$

2.5.4 Kugellinse mit Abbe'scher Invariante

Aus der Abbe'schen Invariante $n \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s} \right) = n' \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s'} \right)$ folgt mit $s = -\infty$, $s' = 2r$ und $n = 1$

$$\frac{1}{r} = n' \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2r} \right) = \frac{n'}{2r}$$

und damit $n' = 2$.

2.5.5 Kugelförmiges Aquarium

Aus der Abbe'schen Invariante

$$n \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s} \right) = n' \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s'} \right)$$

folgt allgemein für den Bildort

$$s' = \frac{n' r}{n' - n(1 - r/s)}.$$

Für $s = r = -16$ cm und $n' = 1$ ergibt sich $s' = r = -16$ cm. Das Bild befindet sich also an derselben Stelle wie der Gegenstand, nämlich in der Mitte der Kugel.

■ 2.6 Abbildung durch Linsen

2.6.1 Linse an Luft und Wasser

a) Da der Krümmungsradius r_1 positiv ist, folgt, dass die Konvexseite links und die Planseite rechts steht.

Aus der *Abbildungsgleichung* (2.34) $\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n_L - n}{r_1} - \frac{n_L - n'}{r_2}$ für beliebige dünne Linsen

folgt mit $n = n_{\text{Luft}} = 1$, $n' = n_{\text{W}}$, $r_1 = r$ und $r_2 = \infty$:

$$\frac{n_{\text{W}}}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{n_L - 1}{r}.$$

Für $a = -\infty$, entspricht der Bildort dem Brennpunkt. Damit wird die Brennweite im

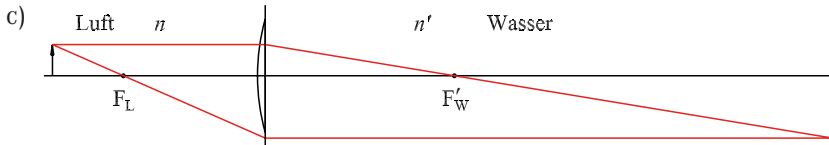
Wasser $f'_W = \frac{n_{\text{W}}}{n_L - 1} r = 266,6$ mm.

Setzt man andererseits den Bildort ins Unendliche, d. h. $a' = \infty$, dann entspricht der zugehörige Gegenstandsort dem gegenstandseitigen Brennpunkt mit der Brennweite

$$f_L = \frac{r}{1 - n_L} = -200 \text{ mm an Luft.}$$

b) Aus $\frac{n_W}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{n_L - 1}{r}$ folgt für die Bildweite $a' = \frac{n_W}{\frac{1}{a} + \frac{n_L - 1}{r}} = 799,8 \text{ mm.}$

Der Abbildungsmaßstab ist nach Gl. (2.36) $\beta' = \frac{n a'}{n' a} = \frac{a'}{n_W a} = -2.$



2.6.2 Brennweite in Abhängigkeit vom umgebenden Medium

Die *Abbildungsgleichung* (2.34) $\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n_L - n}{r_1} - \frac{n_L - n'}{r_2}$ für beliebige dünne Linsen vereinfacht sich zu $n \left(\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} \right) = (n_L - n) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$, wenn sich auf beiden Seiten der Linse dasselbe Medium mit der Brechzahl n befindet.

Setzt man die Gegenstandsweite $a = -\infty$, dann stimmt die Bildweite a' mit der Brennweite f' überein und es ergibt sich für die Brechkraft

- an Luft ($n = 1$): $\frac{1}{f'_L} = (n_L - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right),$
- in Wasser: $\frac{1}{f'_W} = \left(\frac{n_L}{n_W} - 1 \right) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$

Das Verhältnis der Brennweiten beträgt $\frac{f'_W}{f'_L} = \frac{n_L - 1}{n_L/n_W - 1}.$

Konkret ergibt sich für $n_L = 1,5$: $\frac{f'_W}{f'_L} = 4$, für $n_L = 1,6$: $\frac{f'_W}{f'_L} = 3$, für $n_L = 1,7$: $\frac{f'_W}{f'_L} = 2,54$ usw.

Die Brennweite im Wasser wird demnach sehr groß für Gläser mit kleiner Brechzahl und nimmt mit steigender Brechzahl ab.

2.6.3 Linsenschleifergleichung

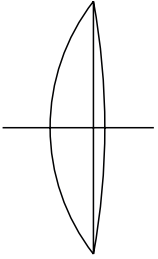
Aus der *Linsenschleiferformel* (2.39)

$$D' = \frac{1}{f'} = (n_L - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

folgt für den gesuchten Radius

$$r_2 = \left[\frac{1}{r_1} - \frac{D'}{n_L - 1} \right]^{-1} = -1\,378 \text{ mm}.$$

Es handelt sich um eine unsymmetrische Bikonvexlinse.



2.6.4 Linsenschleifergleichung

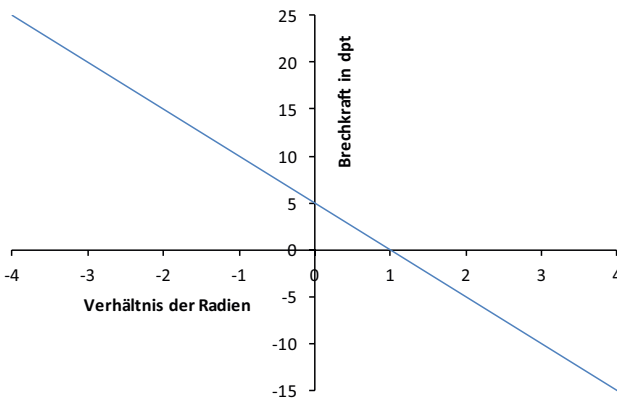
Nach der *Linsenschleiferformel* (2.39) beträgt die Brechkraft einer Linse

$$D' = \frac{1}{f'} = (n_L - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

bzw. umgeformt

$$D' = \frac{n_L - 1}{r_1} \left(1 - \frac{r_1}{r_2} \right).$$

Das folgende Diagramm veranschaulicht den Zusammenhang.



Für $r_1/r_2 < 1$ wirkt die Linse als Sammellinse, für $r_1/r_2 > 1$ als Zerstreuungslinse. Wenn beide Krümmungsradien gleich sind, ist die Brechkraft null.

2.6.5 Bessel-Verfahren zur Brennweitenbestimmung

- a) Die *Abbildungsgleichung* (2.4.1) $\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f'}$ liefert mit der Nebenbedingung $-a + a' = l$ die Beziehung

$$\frac{1}{a+l} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f'} \quad (1)$$

und damit die Brennweite $f' = \left[\frac{1}{a+l} - \frac{1}{a} \right]^{-1} = \left[\frac{1}{(-30+100) \text{ cm}} + \frac{1}{30 \text{ cm}} \right]^{-1} = 21 \text{ cm}$

- b) Löst man die Gleichung (1) nach a auf, ergibt sich die quadratische Gleichung $a^2 + al + lf' = 0$. Es existieren daher zwei Lösungen für mögliche Gegenstandsweiten:

$$a_{1,2} = -\frac{l}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - lf'}$$

Die möglichen Gegenstandsweiten sind

$$a_1 = -\frac{l}{2} - \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - lf'} = -30 \text{ cm} \quad \text{und} \quad a_2 = -\frac{l}{2} + \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - lf'} = -70 \text{ cm}.$$

Die beiden möglichen Linsenstellungen sind symmetrisch zum Mittelpunkt zwischen Gegenstand und Mattscheibe (s. „Brennweitenbestimmung nach Bessel“ in *Abschn. 2.6.2*).

2.6.6 Abbildungsfälle bei einer Sammellinse

a/cm	a'/cm	β'	Abbildung
-100	+11,1	-0,111	reell, kopfstehend, verkleinert
-20	+20	-1	reell, kopfstehend, Objekt und Bild sind gleich groß
-10	∞	∞	keine Abbildung im Endlichen
-5	-10	+2	virtuell, aufrecht, vergrößert

Siehe auch *Tabelle 2.5* und *Bild 2.31*.

2.6.7 Abbildungsfälle bei einer Zerstreuungslinse

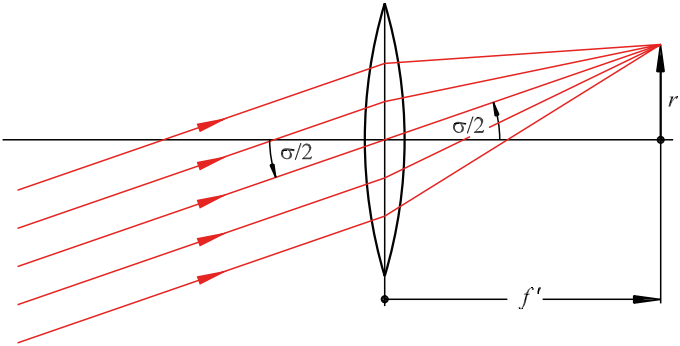
a/cm	a'/cm	β'	Abbildung
-100	-9,09	0,0909	virtuell, aufrecht, verkleinert
-20	-6,67	0,333	dto.
-10	-5	0,500	dto.
-5	-3,33	0,667	dto.

Siehe auch *Tabelle 2.5* und *Bild 2.32*.

2.6.8 Abbildung eines weit entfernten Gegenstandes

Die Sonne ist praktisch unendlich weit entfernt. Daher erscheint ihr Bild in der Brennebene durch F' . Alle Strahlen, die vom unteren Sonnenrand stammen gehen als Parallelstrahlen durch die Linse. Der Bildpunkt ist dort, wo der Mittelpunktstrahl, der die Linse ungebrochen durchsetzt, die Brennebene schneidet.

Für den Radius des Sonnenbilds ergibt sich $r' = f' \tan(\sigma/2) \approx f' \sigma/2$. Der Durchmesser des Sonnenbilds ist doppelt so groß: $d' \approx f' \sigma = 0,2 \text{ m} \frac{32 \cdot \pi}{60 \cdot 180} \text{ rad} = 1,86 \text{ mm}$.



2.6.9 Linsensystem mit drei Linsen

Für die jeweilige Gegenstandsweite a wird gemäß *Abbildungsgleichung (2.41)* die zugehörige Bildweite $a' = \frac{a \cdot f'}{a + f'}$ berechnet.

Abbildungung durch die erste Linse:

Gegenstandsweite: $a_1 = -60 \text{ mm}$, Bildweite: $a'_1 = 60 \text{ mm}$, Abbildungsmaßstab: $\beta'_1 = -1$.

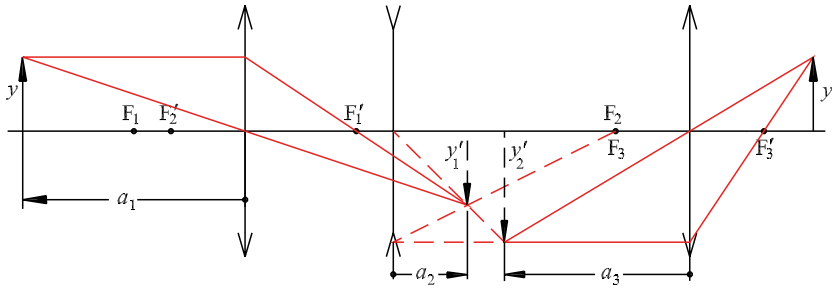
Abbildungung durch die zweite Linse:

Gegenstandsweite: $a_2 = a'_1 - e_{12} = +20 \text{ mm}$, Bildweite: $a'_2 = +30 \text{ mm}$, Abbildungsmaßstab: $\beta'_2 = +1,5$.

Abbildungung durch die dritte Linse:

Gegenstandsweite: $a_3 = a'_2 - e_{23} = -50 \text{ mm}$, Bildweite: $a'_3 = +33,33 \text{ mm}$, Abbildungsmaßstab: $\beta'_3 = -0,667$.

Gesamter Abbildungsmaßstab: $\beta' = \beta'_1 \cdot \beta'_2 \cdot \beta'_3 = +1$.



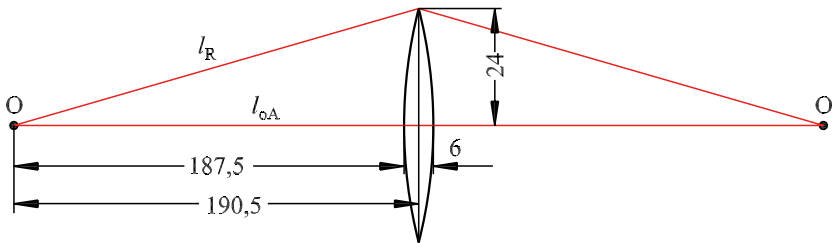
2.6.10 Dicke Linse, Fermat'sches Prinzip

Optischer Weg der Randstrahlen: $l_R = 2\sqrt{190,5^2 + 24^2}$ mm = 384 mm.

Optischer Weg längs der optischen Achse: $l_{oA} = 2 \cdot 187,5$ mm + $n_L \cdot 6$ mm.

Aus $l_R = l_{oA}$ folgt für den Brechungsindex $n_L = 1,5$.

Die Skizze ist nicht maßstäblich!



2.6.11 Abbildung durch eine dicke Plankonvexlinse

a) Die Brechkraft der dicken Linse beträgt nach Gl. (2.47):

$$\frac{1}{f'} = (n_L - 1) \left(-\frac{1}{r_2} \right) = 17,5 \text{ dpt. Die Brennweite ist damit } f' = 57,1 \text{ mm.}$$

b) Die Hauptebenen sind nach Gl. (2.50) relativ zu den Linsenscheiteln an den Orten

$$s'_{H'} = -f' \frac{n_L - 1}{n_L} \frac{d}{r_1} = 0 \quad \text{und} \quad s_H = -f' \frac{n_L - 1}{n_L} \frac{d}{r_2} = + 11,8 \text{ mm.}$$

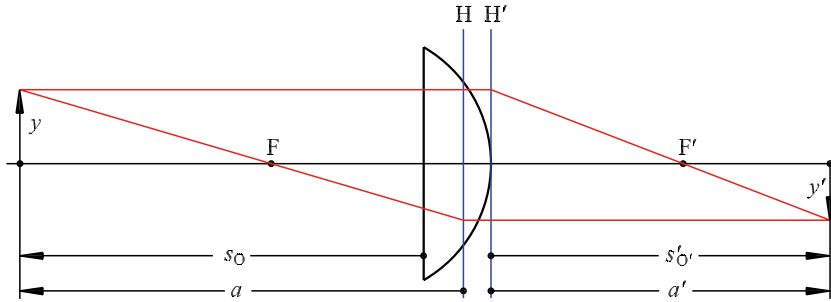
c) Die Gegenstandsweite beträgt $a = -131,8$ mm.

$$\text{Die Bildweite folgt aus der Abbildungsgleichung zu } a' = \frac{a f'}{a + f'} = 101 \text{ mm.}$$

Damit beträgt der Abstand von der Kugelfläche: $s'_{O'} = a' = 101$ mm.

d) Der Abbildungsmaßstab beträgt $\beta' = \frac{a'}{a} = -0,77$.

Die Abbildung ist reell, kopfstehend und verkleinert.



2.6.12 Brennweite einer dicken Plankonvexlinse

Nach Gl. (2.47) ist die Brechkraft und damit die Brennweite unabhängig von der Linsendicke.

2.6.13 Brennweite und Hauptebenen einer dicken Meniskuslinse

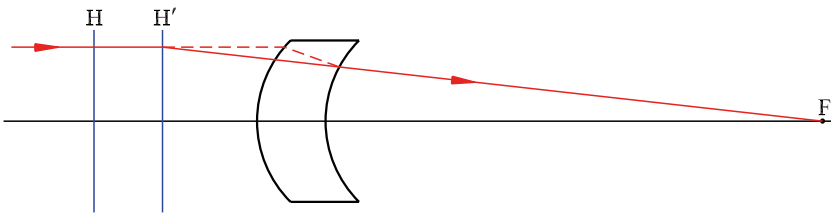
Die Brennweite einer dicken Linse mit gleichen Krümmungsradien ist nach Gl. (2.48)

$$f' = \frac{n_L}{n_L - 1} \cdot \frac{r^2}{(n_L - 1)d} = 289 \text{ mm}.$$

Die Hauptebenenabstände von den Scheiteln sind nach Gl. (2.50)

$$s'_{H'} = -f' \frac{n_L - 1}{n_L} \frac{d}{r_1} = -71,4 \text{ mm} \quad \text{und} \quad s_H = -f' \frac{n_L - 1}{n_L} \frac{d}{r_2} = s'_{H'} = -71,4 \text{ mm}.$$

Bei der Zeichnung wird ein achsenparalleler Strahl bis zur Hauptebene H' gezeichnet und von dort zum Brennpunkt F' . Der tatsächliche Strahlengang durch die Linse ist gestrichelt.



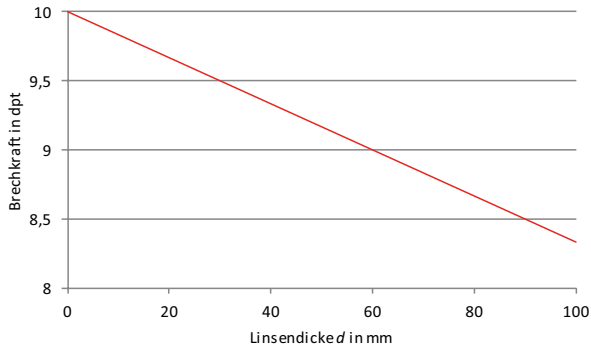
2.6.14 Brechkraft einer dicken Bikonvexlinse

Für die Brechkraft einer symmetrischen Linse gilt nach Gl. (2.47)

$$D' = \frac{1}{f'} = (n_L - 1) \frac{2}{r} - \frac{(n_L - 1)^2}{n_L} \cdot \frac{d}{r^2}.$$

Die Brechkraft nimmt mit zunehmender Dicke d linear ab. Sie wird null für die (unrealistisch große) Dicke

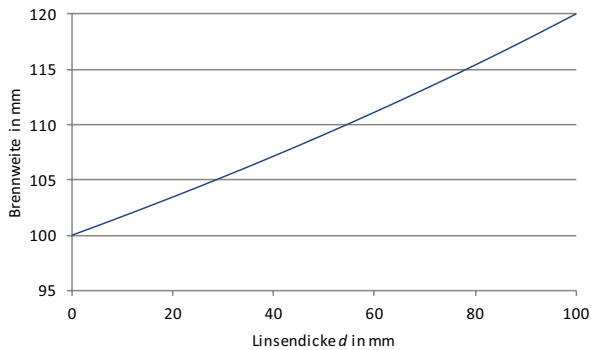
$$d = \frac{2 n_L}{n_L - 1} r = 600 \text{ mm}.$$



Die Brennweite ergibt sich aus dem Kehrwert der Brechkraft bzw. aus Gl. (2.48).

$$f' = \frac{n_L}{n_L - 1} \cdot \frac{r^2}{n_L \cdot 2r - (n_L - 1) \cdot d}.$$

Für die Dicke $d = 600$ mm würde die Brennweite unendlich groß.



2.6.15 Stablinse

Nach Gl. (2.47) ist die Brechkraft der Plankonvexlinse

$$\frac{1}{f'} = -\frac{n_L - 1}{r_2} = \frac{n_L - 1}{R}$$

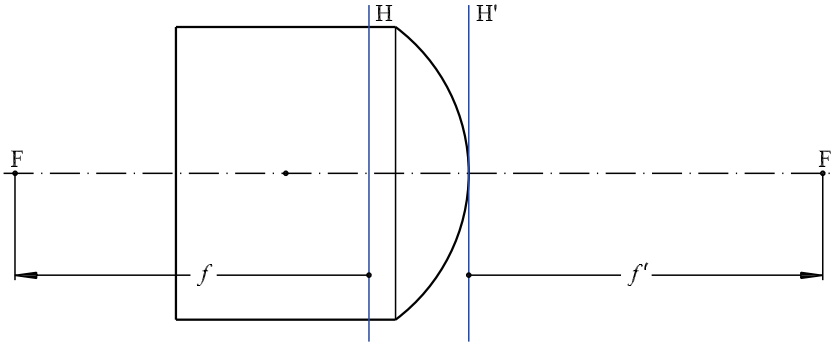
und damit die Brennweite $f' = \frac{R}{n_L - 1} = 2,42 \text{ mm}$.

Die Hauptebenen liegen nach Gl. (2.50) bei den Schnittweiten

$$s'_{H'} = -f' \frac{n_L - 1}{n_L} \cdot \frac{d}{r_1} = 0 \quad \text{und} \quad s_H = -f' \frac{n_L - 1}{n_L} \cdot \frac{d}{r_2} = f' \frac{n_L - 1}{n_L} \cdot \frac{d}{R} = 1,32 \text{ mm}.$$

Die Brennpunkte liegen bei den Schnittweiten

$$s'_{F'} = s'_{H'} + f' = 2,42 \text{ mm} \quad \text{und} \quad s_F = s_H - f' = -1,10 \text{ mm}.$$



Wenn der Brennpunkt F auf der Planseite liegen soll, muss die Schnittweite s_F null sein.

$$\text{Aus } s_F = -f' \left(1 + \frac{n_L - 1}{n_L} \cdot \frac{d}{r_2} \right) = 0 \text{ folgt für die erforderliche Dicke}$$

$$d = -\frac{n_L}{n_L - 1} r_2 = \frac{n_L}{n_L - 1} R = 3,67 \text{ mm}.$$

2.6.16 Anamorphotische Abbildung

Aus dem Abbildungsmaßstab $\beta' = \frac{a'}{a}$ und der Bedingung $-a + a' = l$ folgt die jeweilige Gegenstands- und Bildweite. Die erforderliche Brennweite ergibt sich aus der Abbildungsgleichung $-\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f'}$. Die Ergebnisse sind in nachfolgender Tabelle zusammengefasst.

Abbildung in x-Richtung			Abbildung in y-Richtung		
$\beta'_x = -3$	$a_x = -50 \text{ mm}$	$a'_x = 150 \text{ mm}$	$\beta'_y = -3/20$	$a_y = -174 \text{ mm}$	$a'_y = 26 \text{ mm}$