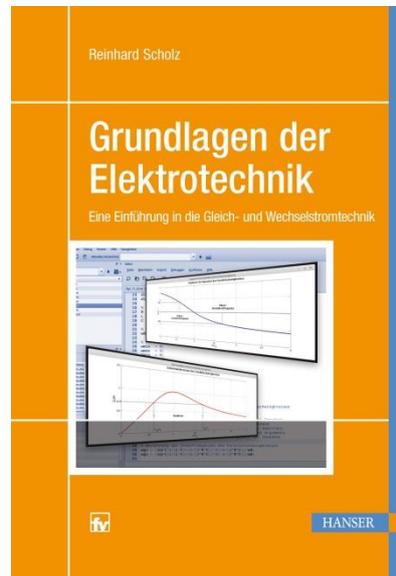


HANSER



Leseprobe

zu

Grundlagen der Elektrotechnik

Mit 157 Bildern und 18 Tabellen

von Reinhard Scholz

ISBN (Buch): 978-3-446-45160-5

ISBN (E-Book): 978-3-446-45631-0

Weitere Informationen und Bestellungen unter

<http://www.hanser-fachbuch.de/978-3-446-45160-5>

sowie im Buchhandel

© Carl Hanser Verlag, München

Vorwort

„Wie sieht eigentlich Strom aus?“ Eine Bekannte erzählte mir einmal, ihr kleiner Sohn hätte ihr diese Frage gestellt. Nur eine banale Kinderfrage oder steckt mehr dahinter? Die Frage ist viel tiefgründiger, als es auf den ersten Blick erscheint. Es geht hier um nichts Geringeres als um wissenschaftliche Methodik. Wie können wir etwas beschreiben, das sich offensichtlich unseren Sinnen entzieht, etwas, das wir nicht im wahrsten Sinne des Wortes *begreifen* können? Wird der Mensch mit solchen Problemen konfrontiert, so versucht er vergleichbare Muster in der ihm vertrauten Welt zu finden. So können wir beispielsweise den elektrischen Strom mit einer Flüssigkeit vergleichen, die durch Rohre und Schläuche fließt. Das geht bis zu einem gewissen Grade, stößt aber sehr schnell an Grenzen. Der Naturwissenschaftler nennt so etwas *Modell* und drückt dies in der Regel mathematisch aus. Aber auch mathematische Modelle sind nicht uneingeschränkt gültig, und auch sie stoßen an Grenzen.

In diesem Buch werden Sie als Praktiker oder Laie mit einer Fülle von Mathematik konfrontiert. Der theoretisch interessierte Experte wird die Ausführungen eher als oberflächlich betrachten und mathematische Tiefe vermissen. Viele Studienanfänger haben die Elektrizitätslehre bislang nur als Teilgebiet der Physik kennengelernt und verfügen nur über geringe oder gar keine praktische Erfahrung. Andererseits fehlt ihnen vielfach auch noch die notwendige mathematische Sicherheit, da das erforderliche Wissen meist parallel gelehrt wird. Hinzu kommt eine veränderte Struktur des Studiums. Grundlegende Kenntnisse der Elektrotechnik sind heutzutage fester Bestandteil des Curriculums vieler Studiengänge, die Lehrinhalte müssen aber aus Zeitmangel sehr kompakt vorgetragen werden.

Wir tragen diesem Umstand Rechnung, indem wir uns bei den physikalischen Grundlagen auf ein Minimum beschränken und die Gleichstromtechnik als Sonderfall der Wechselstromtechnik betrachten. Andererseits ermöglichen wir mit der Herangehensweise an die Thematik einen einfachen Einstieg in weiterführende Studien der Netzwerktheorie und der klassischen Nachrichtentechnik. Des Weiteren stehen uns heute sehr leistungsstarke Softwareprodukte zur Verfügung, mit denen die theoretischen Betrachtungen ohne großen Aufwand numerisch veranschaulicht werden können. Der Einsatz und die Anwendung von modernen Simulations- und Berechnungswerkzeugen wie *Matlab*, *Octave*, *Mathcad* oder ähnlichen Produkten sollte im Studium heute so selbstverständlich sein, wie noch vor wenigen Jahrzehnten der Gebrauch des Rechenschiebers.

In den Bereichen Forschung und Entwicklung gehört *Matlab/Simulink* zu den Standard-Werkzeugen. Zumindest Grundkenntnisse dieser Werkzeuge sollten Studierenden der Ingenieurwissenschaften geläufig sein. *Octave* ist eine freie Software (GNU general public license) und in der Grundfunktionalität mit *Matlab* nahezu identisch. Die Software ist für alle gängigen Plattformen verfügbar und bietet somit einen kostengünstigen Einstieg in die Arbeitsumgebung des Entwicklungsingenieurs.

Die theoretischen Grundlagen der Elektrotechnik sind seit Jahrzehnten sehr gut verstanden und in vielen Publikationen ausführlich dargelegt. Die Anzahl an Lehrbüchern mit unterschiedlichen Ansprüchen ist entsprechend umfangreich. Am Ende des Buches haben wir, ohne Anspruch auf Vollständigkeit, eine thematisch geordnete Literaturliste angegeben. Auch ältere Werke sind durchaus noch aktuell. Geändert hat sich vor allem die didaktische Aufbereitung, und auch der Einfluss moderner computergestützter Methoden erfordert Ergänzungen bei der Darstellung grundlegender Zusammenhänge. Zum Nacharbeiten fehlender Grundlagen und für weiterführende theoretische Betrachtungen verweisen wir auf diese Literaturliste.

Im Anhang findet sich neben einer kleinen Starthilfe für *Octave* auch ein kurzer Abriss über komplexe Zahlen und Matrizenrechnung. Gerade die beiden letztgenannten Themengebiete der Mathematik spielen eine überaus wichtige Rolle in der Elektrotechnik.

Wir werden zur Beschreibung elektrischer Vorgänge unterschiedliche mathematische Methoden kennenlernen und dabei eine möglichst hohe Präzision bei vertretbarem Aufwand anstreben. Für Sie als Ingenieur bedeutet dies, Sie müssen die Methoden, ihre Anwendung, aber auch ihre Grenzen kennen. Sie müssen in der Lage sein, Ergebnisse zu verifizieren und auf Plausibilität zu untersuchen. Und nicht zuletzt: Sie müssen die richtigen Methoden einsetzen.

In diesem Sinne wünsche ich Ihnen viel Erfolg bei der Arbeit mit diesem Buch.



Die Lösungen der Übungsaufgaben sowie die dazu verwendeten Octave-Programme stehen auf der Website www.fh-dortmund.de/scholz_get zur Verfügung.

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen Kollegen und Studierenden für die Anregungen und Diskussionen bedanken, die zur Entstehung dieses Buchs beigetragen haben. Mein besonderer Dank gilt Frau Franziska Kaufmann (Herstellung) und Herrn Manuel Leppert (Lektorat) vom Carl Hanser Verlag für die wertvollen Hinweise und Korrekturen sowie die gute Zusammenarbeit bei der Realisierung des Projekts.

Dortmund, im Mai 2018

Reinhard Scholz

Inhalt

1	Elektrizität und Magnetismus	13
1.1	Physikalische Grundlagen	13
1.2	Skalare und vektorielle Größen	14
1.3	Mathematische Modelle in der Elektrotechnik	16
1.4	Elektrische Ladung und Potenzial	21
1.4.1	Elementarladung	21
1.4.2	Kraftwirkung	22
1.4.3	Strom und Stromdichte	23
1.4.4	Potenzial und Spannung	25
1.4.5	Das elektrische Feld	28
1.5	Mechanismen elektrischer Leitung	29
1.5.1	Metallische Leiter	29
1.5.2	Elektronenleitung im Vakuum	32
1.5.3	Ionenleitung	33
1.5.4	Nichtleiter	34
1.5.5	Halbleiter	34
1.6	Der Widerstand als Bauelement	36
1.6.1	Beschreibung durch das Ohm'sche Gesetz	36
1.6.2	Nenngrößen, Toleranzen und Widerstandsreihen	37
1.6.3	Kennzeichnung von Widerständen	38
1.6.4	Veränderliche Widerstände	39
1.7	Magnetismus	41
1.7.1	Ursachen des Magnetismus	42
1.7.2	Das magnetische Feld	45
1.8	Übungsaufgaben	47
2	Zeitabhängige Größen	50
2.1	Periodische und nichtperiodische Vorgänge	50
2.2	Definition von Kenngrößen	51
2.2.1	Mittelwert	51
2.2.2	Effektivwert	52

2.2.3	Gleichrichtwert	53
2.3	Beschreibung harmonischer Vorgänge	54
2.3.1	Reelle Darstellung sinusförmiger Signale	54
2.3.2	Zeigerdarstellung	55
2.3.3	Komplexe Amplituden	57
2.4	Sonstige zeitabhängige Signale	61
2.4.1	Rechtecksignal	62
2.4.2	Dreiecksignal	64
2.5	Übungsaufgaben	66

3 Bauelemente und Grundsaltungen..... 69

3.1	Das ideale Bauelement als Zweipol	69
3.1.1	Ohmscher Widerstand	69
3.1.2	Kondensator und Kapazität	70
3.1.3	Spule und Induktivität	71
3.1.4	Gekoppelte Induktivitäten	73
3.2	Impedanz und Admittanz	76
3.2.1	Definitionen und Begriffe	76
3.2.2	Frequenzabhängigkeit von Blindwiderständen	78
3.2.3	Bestimmung von Scheinwiderstand und Scheinleitwert	80
3.3	Zusammenschaltung von Bauelementen	81
3.3.1	Reihenschaltung	81
3.3.2	Parallelschaltung.....	83
3.3.3	Spannungs- und Stromteiler	85
3.3.4	Schwingkreise	88
3.3.4.1	Reihenschwingkreis	88
3.3.4.2	Parallelschwingkreis	94
3.3.5	Brückenschaltungen	101
3.3.5.1	Widerstandsmessbrücke	103
3.3.5.2	Induktivitätsmessbrücke (Maxwell-Wien-Brücke)	103
3.3.5.3	Kapazitätsmessbrücke (Schering-Brücke)	104
3.3.5.4	Frequenzmessbrücke (Wien-Robinson-Brücke)	105
3.3.6	Sternschaltung und Dreieckschaltung.....	107
3.4	Ersatzschaltungen zur Beschreibung realer Bauelemente.....	110
3.4.1	Der Kondensator.....	111
3.4.2	Die Spule.....	112
3.5	Spannungs- und Stromquellen	113
3.5.1	Ideale und reale Spannungsquelle	114

3.5.2	Ideale und reale Stromquelle	115
3.5.3	Äquivalenz von Spannungs- und Stromquellen	116
3.5.4	Ersatzquellen	118
3.6	Übungsaufgaben	119
4	Frequenzselektive Schaltungen	126
4.1	Übertragungsfunktion, Dämpfung und Phase	126
4.2	Grafische Darstellung des Übertragungsverhaltens	128
4.2.1	Bode-Diagramm	131
4.2.2	Nyquist-Diagramm	132
4.3	Elementare Filterschaltungen	133
4.3.1	Tiefpass	134
4.3.2	Hochpass	138
4.3.3	Bandpass	142
4.3.4	Bandsperre	144
4.4	Filteranalyse mit Octave	146
4.5	Übungsaufgaben	150
5	Leistung und Arbeit	152
5.1	Leistungsbetrachtung im Gleich- und Wechselstromkreis	152
5.1.1	Augenblicksleistung	153
5.1.2	Wirk-, Blind- und Scheinleistung	155
5.2	Leistungsanpassung und Wirkungsgrad	157
5.2.1	Wirkleistungsanpassung	159
5.2.2	Scheinleistungsanpassung	161
5.2.3	Reflexionsfaktor	161
5.3	Logarithmische Kenngrößen	162
5.3.1	Leistungspegel	163
5.3.2	Spannungspegel	163
5.3.3	Bezugssysteme	163
5.3.4	Referenzpegel	164
5.4	Übungsaufgaben	165
6	Lineare elektrische Netzwerke	169
6.1	Definition linearer Netzwerke	169
6.2	Netzwerkdarstellung durch Grafen	170
6.3	Netzwerktopologie	173
6.3.1	Der vollständige Baum	173

6.3.2	Abhängige und unabhängige Variablen	174
6.4	Das Maschenstromverfahren	175
6.4.1	Das Gleichungssystem der Maschenzweigströme	175
6.4.2	Direktes Aufstellen des Gleichungssystems	177
6.4.3	Berücksichtigung idealer Stromquellen	178
6.5	Das Knotenpotenzialverfahren	179
6.5.1	Das Gleichungssystem der Baumzweigspannungen	179
6.5.2	Direktes Aufstellen des Gleichungssystems	181
6.5.3	Berücksichtigung idealer Spannungsquellen	182
6.6	Der Überlagerungssatz	183
6.7	Netzwerkanalyse mit Octave	184
6.8	Übungsaufgaben	190
7	Einführung in die Netzwerktheorie	195
7.1	Die Torbedingung	195
7.2	Lineare Eintore	196
7.3	Lineare Zweitore	196
7.3.1	Vierpole und Zweitore	196
7.3.2	Die Impedanzmatrix	198
7.3.3	Die Admittanzmatrix	200
7.3.4	Die Kettenmatrix	203
7.3.5	Die Hybridmatrix	204
7.3.6	Die Parallel-Reihen-Matrix	206
7.3.7	Symmetrien	208
7.3.8	Umrechnung der Matrizen	210
7.4	Idealer Übertrager im Netzwerk	211
7.4.1	Zweitorgleichungen des idealen Übertragers	211
7.4.2	Impedanztransformation	212
7.5	Übungsaufgaben	213
A	Arbeiten mit Octave	217
A.1	Systemumgebung und Installation	217
A.2	Direkte Berechnung	218
A.3	Skript-Dateien und Funktionen	220
A.4	Diagramme	223

B	Komplexe Zahlen	227
	B.1 Definition	227
	B.2 Darstellungsformen	228
	B.3 Operationen und Rechenregeln	229
	B.3.1 Konjugation	229
	B.3.2 Betrag, Betragsquadrat und Winkel	230
	B.3.3 Division und konjugiert komplexe Erweiterung	230
	B.3.4 Real- und Imaginärteil	230
	B.3.5 Euler'sche Formel	231
C	Vektoren und Matrizen	232
	C.1 Definition und Begriffe	232
	C.1.1 Zeilen- und Spaltenvektoren	232
	C.1.2 Matrizen	233
	C.1.3 Einheitsvektor und Einheitsmatrix	233
	C.2 Operationen und Rechenregeln	233
	C.2.1 Transposition	234
	C.2.2 Multiplikation von Vektoren und Matrizen	234
	C.2.3 Determinanten	236
	C.2.4 Adjunkte	237
	C.2.5 Matrixinversion	237
	C.3 Lineare Gleichungssysteme	238
	Ergänzende und weiterführende Literatur	239
	Index	243

2

Zeitabhängige Größen

Zur Behandlung elektrotechnischer Problemstellungen werden wir das in Abschnitt 1.3 vorgestellte Kirchhoff'sche Modell einsetzen. Spannung und Strom sind die Variablen dieses Modells und im Allgemeinen zeitabhängig. Die mathematische Beschreibung dieser Zeitabhängigkeit ist für Spannung und Strom identisch. Wir werden daher im Folgenden von *Signalen* sprechen und diese als Funktion der Zeit $x(t)$ darstellen. Diese Beschreibung kann sowohl auf Spannungen $u(t)$ als auch auf Ströme $i(t)$ angewendet werden und sie schließt sogar den Gleichspannungs- bzw. Gleichstromfall ein.

Konstanten bzw. konstante Signale werden mit Großbuchstaben, also U , I oder allgemein mit X gekennzeichnet. Mit Kleinbuchstaben werden in der Regel zeitabhängige Größen, d. h. $u(t)$, $i(t)$ oder $x(t)$, sowie Parameter wie die Zeit t selbst oder die Frequenz f bezeichnet.

■ 2.1 Periodische und nichtperiodische Vorgänge

Die Funktion $x(t)$ ordnet dem Signal x zu jedem beliebigen Zeitpunkt $t = t_0$ einen Wert zu, der als *Augenblickswert* bezeichnet wird. Ändert sich dieser Wert nicht, ist also zeitlich konstant, so sprechen wir von einem Gleichsignal. Bei zeitlich veränderlichen Signalen unterscheiden wir periodische und nichtperiodische Zeitabhängigkeiten.

Ein Signal ist periodisch, falls eine positive Zahl T existiert, sodass für alle Zeitpunkte t gilt

$$x(t) = x(t + T) . \quad (2.1)$$

Die Zahl T heißt *Periode* des Signals $x(t)$. Jedes ganzzahlige Vielfache von T ist ebenfalls eine Periode von $x(t)$. Wenn (2.1) erfüllt ist, so gilt also auch

$$x(t) = x(t + nT) \quad \text{mit } n \in \mathbb{Z} . \quad (2.2)$$

Die kleinste positive Zahl T , für die (2.1) erfüllt ist, heißt *primitive Periode*.

Ist eine Periode eines periodischen Signals bekannt, so ist damit das gesamte Signal vollständig bestimmt. Je nach Kurvenform lassen sich solche Signale mit sehr wenigen Parametern vollständig beschreiben. Bei nichtperiodischen Signalen muss hingegen immer die gesamte Zeitachse betrachtet werden. Vielfach sind nichtperiodische Signale aber nur für einen begrenzten Zeitraum von null verschieden oder nur in diesem Zeitraum relevant.

■ 2.2 Definition von Kenngrößen

Vielfach ist es gar nicht erforderlich, den exakten Verlauf eines Signals oder die Signalwerte zu bestimmten Zeitpunkten zu kennen. Zur Charakterisierung zeitlich veränderlicher Signale werden daher Kenngrößen herangezogen, mit deren Hilfe Eigenschaften oder Wirkungen des Signals mit geringem Aufwand beschrieben werden können.

2.2.1 Mittelwert

Der *arithmetische Mittelwert* gibt den Gleichanteil einer zeitlich veränderlichen Größe an und wird auch 1. Moment genannt. Hierbei wird die vorzeichenbehaftete Fläche zwischen Funktionsgraph und Zeitachse auf das betrachtete Zeitintervall normiert.

Der Mittelwert eines zeitveränderlichen (im Allgemeinen nicht periodischen) Signals

$$\bar{x} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} x(t) dt \quad (2.3)$$

kann messtechnisch nur näherungsweise bzw. in einem vorgegebenen Zeitintervall bestimmt werden. Nur wenn die Funktion $x(t)$ für die gesamte Zeitachse in geschlossener Form bekannt ist, kann der Grenzübergang mathematisch analysiert werden. Berechnen wir den Mittelwert ständig für einen bestimmten zurückliegenden Zeitraum neu, also zu jedem Zeitpunkt $t = t_0$ für den Zeitraum $t_0 - \tau \leq t \leq t_0$, so sprechen wir von einem gleitenden Mittelwert. Dieser gleitende Mittelwert wird dann selbst eine zeitveränderliche Größe sein.¹

Je nach der Dauer des betrachteten Zeitraums sind dem gleitenden Mittelwert bestimmte Aspekte zu entnehmen. Mitteln wir zum Beispiel die Temperatur über den Tag und tragen die Mittelwerte über das Jahr auf, so sehen wir den typischen Verlauf der Jahreszeiten. Die Tatsache, dass es im Winter tagsüber durchaus wärmer sein kann als in einer kalten Sommernacht, ist für die Darstellung des Temperaturjahresverlaufs irrelevant.

Sobald es sich um eine periodische Zeitabhängigkeit handelt, kann der Mittelwert exakt bestimmt werden. Das Integral in Gleichung (2.3) erstreckt sich dann genau über eine Periode.

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt . \quad (2.4)$$

Der Beginn und das Ende der Integration ist dabei unbedeutend. Es muss lediglich über eine volle Periode integriert werden.

Für eine reine Sinus- oder Kosinusfunktion ergibt sich der Mittelwert

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \int_0^T \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) dt = 0 . \quad (2.5)$$

¹ Ein veränderlicher Mittelwert ist ein Widerspruch in sich selbst. Daher ist die Bezeichnung gleitender Mittelwert unbedingt zu verwenden.

2.2.2 Effektivwert

Der *Effektivwert* wird auch 2. Moment genannt. Er gibt eine zeitlich konstante Größe an, die die gleiche Wirkung erzielt wie die veränderliche Größe. Konkret bedeutet dies, der Effektivwert einer Wechselspannung ist diejenige positive Gleichspannung, die in einem Widerstand die gleiche Leistung umsetzt, wie die Wechselspannung.

Zur Berechnung des Effektivwertes wird zunächst die Fläche unter dem Quadrat des Funktionsgraphen gebildet. Anschließend wird eine Konstante gesucht, die im betrachteten Zeitintervall das gleiche Flächenquadrat liefert. Diese Vorgehensweise ist sehr ähnlich zur Mittelwertberechnung.

Der Effektivwert eines zeitveränderlichen (im Allgemeinen nicht periodischen) Signals ist gegeben durch

$$x_{\text{eff}} = \sqrt{\lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} x^2(t) dt}. \quad (2.6)$$

Auch hier ist eine messtechnische Bestimmung nur näherungsweise möglich. Im Übrigen gelten hier ebenfalls die Überlegungen des vorangegangenen Abschnitts hinsichtlich der zeitlichen Konstanz des Effektivwertes.

Wir interessieren uns natürlich insbesondere für Effektivwerte von periodischen Vorgängen, da diese exakt bestimmt werden können. Analog zu (2.4) ergibt sich hier

$$x_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt}. \quad (2.7)$$

Auch hier sind die absoluten Integrationsgrenzen unbedeutend, es muss lediglich über eine volle Periode integriert werden.

Wir wollen nun den Effektivwert einer sinusförmigen Zeitfunktion

$$x(t) = \hat{x} \sin(2\pi t/T)$$

mit der Amplitude \hat{x} bestimmen. Unter der Berücksichtigung von $\sin^2 \xi = (1 - \cos 2\xi)/2$ erhalten wir

$$\begin{aligned} x_{\text{eff}} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \hat{x}^2 \sin^2\left(2\pi \frac{t}{T}\right) dt} = \sqrt{\frac{\hat{x}^2}{2T} \int_0^T \left(1 - \cos\left(4\pi \frac{t}{T}\right)\right) dt} \\ &= \sqrt{\frac{\hat{x}^2}{2T} \int_0^T dt + \frac{\hat{x}^2}{2T} \underbrace{\int_0^T \cos\left(4\pi \frac{t}{T}\right) dt}_{=0}} = \frac{\hat{x}}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T dt} = \frac{\hat{x}}{\sqrt{2}}. \end{aligned}$$

Der allgemeine Zusammenhang zwischen Effektivwert und Scheitelwert lautet bei sinusförmigem Zeitverlauf demnach immer

$$x_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \hat{x}. \quad (2.8)$$

2.2.3 Gleichrichtwert

Der *Gleichrichtwert* ist der Mittelwert des Betrages eines zeitabhängigen Signals. Die allgemeine Berechnungsvorschrift ist analog zu (2.3) gegeben durch

$$\overline{|x|} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} |x(t)| dt. \quad (2.9)$$

Wichtig ist hierbei, dass zunächst die Betragsbildung und erst danach die Integration ausgeführt wird. Auch (2.9) lässt sich für nichtperiodische Vorgänge nur näherungsweise über einen endlichen Zeitraum bestimmen. Beim periodischen Fall ist durch Betrachtung einer Periode eine exakte Bestimmung des Gleichrichtwertes möglich.

$$\overline{|x|} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} |x(t)| dt = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)| dt \quad (2.10)$$

Der Gleichrichtwert hat vor allem praktische Bedeutung bei der Messung von Wechselspannungen und -strömen. Häufig werden Messeinrichtungen verwendet, die lediglich konstante Signale erfassen können. Die erforderliche Gleichgröße wird durch Betragsbildung erzeugt und das Messwerk zeigt dann den Mittelwert dieser gleichgerichteten Wechselgröße an.

Für den sinusförmigen Vorgang

$$x(t) = \hat{x} \sin(2\pi t/T) \quad \text{mit} \quad \hat{x} > 0$$

erhalten wir dann

$$\begin{aligned} \overline{|x|} &= \frac{1}{T} \int_0^T \hat{x} \left| \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) \right| dt = \hat{x} \cdot \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) dt \\ &= \hat{x} \cdot \frac{2}{T} \cdot \frac{-T}{2\pi} \cdot \cos\left(2\pi \frac{t}{T}\right) \Big|_0^{T/2} = \frac{2\hat{x}}{\pi} \end{aligned}$$

Bei sinusförmigem Zeitverlauf ist der Zusammenhang zwischen Gleichrichtwert und Scheitelwert immer durch

$$\overline{|x|} = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{x} \quad (2.11)$$

gegeben.

Oft zeigen Messgeräte den Effektivwert an, obwohl intern nur der Gleichrichtwert gemessen wird. Dies wird durch eine Korrektur der Skala entsprechend (2.8) und (2.11) erreicht. Hierbei ist allerdings zu beachten, dass der angezeigte Wert nur bei sinusförmigen Größen mit dem Effektivwert übereinstimmt. Bei anderen Kurvenformen werden fehlerhafte Werte angezeigt. Messgeräte, die unabhängig von der Kurvenform den richtigen Effektivwert anzeigen, sind in der Regel mit „true RMS“ (wahrer Effektivwert) gekennzeichnet. Die Abkürzung RMS steht dabei für *root mean square*.

■ 2.3 Beschreibung harmonischer Vorgänge

Unter harmonischen Vorgängen verstehen wir sinus- bzw. kosinusförmige Zeitabhängigkeiten von Spannung und Strom. Der Kehrwert

$$f = \frac{1}{T} \quad (2.12)$$

der Periodendauer beschreibt die Wiederholrate eines harmonischen Vorganges pro Zeiteinheit und heißt *Frequenz*. Der Begriff Frequenz darf im strengen Sinn nur bei harmonischen Signalen verwendet werden. Im allgemeinen Fall einer periodischen Zeitfunktion ist die Bezeichnung *Grundfrequenz* vorzuziehen.² Wir werden häufig den Begriff *Kreisfrequenz* bzw. *Grundkreisfrequenz* verwenden. Ein periodischer Vorgang lässt sich auch als Punkt darstellen, der sich auf einer Kreisbahn bewegt. Die Kreisfrequenz

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (2.13)$$

gibt dann die auf dem Einheitskreis pro Zeiteinheit zurückgelegte Wegstrecke an. Die Kreisfrequenz wird daher auch als *Winkelgeschwindigkeit* bezeichnet.

Zur Beschreibung von Signalen ziehen wir oft die Kosinusfunktion der Sinusfunktion vor, da $\cos(0) = 1$ ist. Damit können wir den zeitunabhängigen Fall (konstantes Signal) durch die Frequenz $f = 0$ berücksichtigen. Die Einheit der Frequenz ist das *Hertz*,³ $1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$.

2.3.1 Reelle Darstellung sinusförmiger Signale

Ausgehend von der Beschreibung periodischer Vorgänge definieren wir zunächst einen sinusförmigen Wechselvorgang in der reellen Form durch

$$x'(t) = \hat{x} \cos(\omega t + \varphi) \quad \text{und} \quad x''(t) = \hat{x} \sin(\omega t + \varphi) \quad (2.14)$$

mit dem *Scheitelwert* \hat{x} , der *Kreisfrequenz* ω und dem *Nullphasenwinkel* φ . Der Nullphasenwinkel bezieht sich auf die jeweilige trigonometrische Funktion und gibt die Phasenlage zum Zeitpunkt $t = 0$ an. Natürlich kann wegen $\sin \alpha = \cos(\alpha - \pi/2)$ die Kosinus- durch die Sinusfunktion, also x' durch x'' ausgedrückt werden.

$$x'(t - \pi/(2\omega)) = \hat{x} \cos(\omega t - \pi/2 + \varphi) = \hat{x} \sin(\omega t + \varphi) = x''(t) \quad \text{bzw.} \quad x'(t) = x''(t + \pi/(2\omega))$$

Die beiden Signale in (2.14) unterscheiden sich also lediglich in der Phasenlage bzw. durch eine frequenzabhängige Zeitverschiebung (Bild 2.1).

² Beliebige periodische Vorgänge lassen sich durch eine Summe über Sinus- und Kosinusfunktionen mit ganzzahligen Vielfachen der Grundfrequenz darstellen (Fourier-Reihe).

³ Heinrich Hertz, deutscher Physiker, 1857–1894.

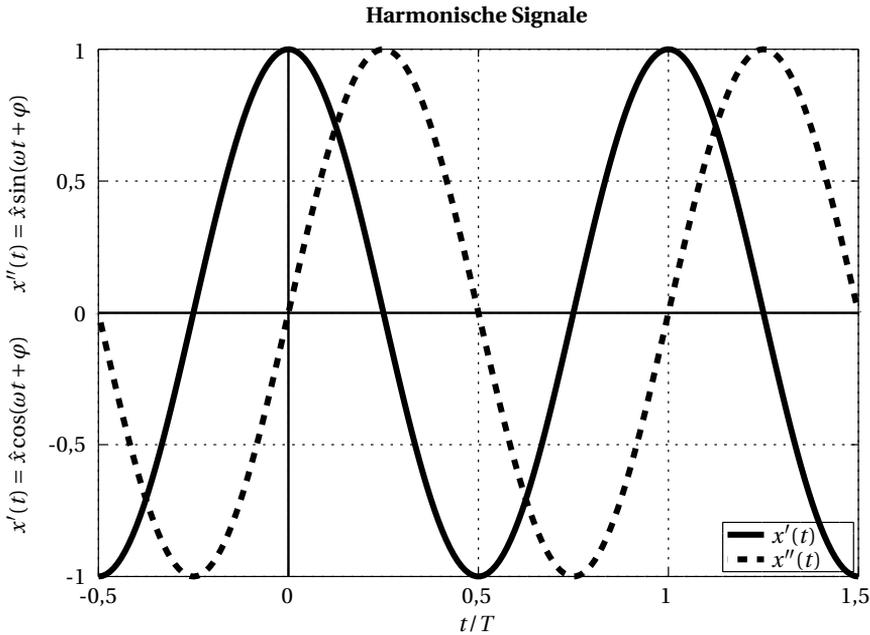


Bild 2.1 Sinus- und Kosinusfunktion mit der Amplitude $\hat{x} = 1$ und der Phase $\varphi = 0$ über der auf die Periode normierten Zeit $t/T = \omega t / (2\pi)$ dargestellt. Die Sinusfunktion unterscheidet sich von der Kosinusfunktion lediglich in der Phasenlage.

Zur reellen Darstellung sinusförmiger Vorgänge werden die in Tabelle 2.1 aufgeführten Parameter verwendet.

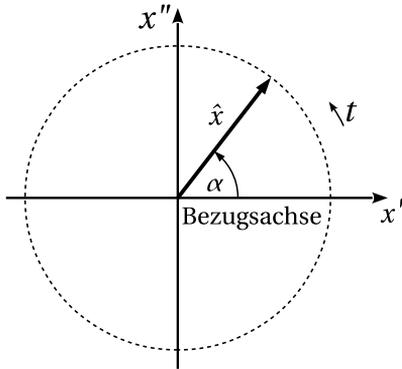
Tabelle 2.1 Sinusförmige Vorgänge

\hat{x}	Scheitelwert (Spitzenwert, Amplitude)
$x_{\text{eff}} = \hat{x} / \sqrt{2}$	Effektivwert
ω	Kreisfrequenz (Grundkreisfrequenz)
$f = \omega / (2\pi)$	Frequenz (Grundfrequenz)
$T = 1 / f = 2\pi / \omega$	Periodendauer
φ	Nullphasenwinkel
$t/T = \omega t / (2\pi)$	normierte Zeit

2.3.2 Zeigerdarstellung

Alle Spannungen und Ströme innerhalb eines linearen Netzwerks mit monofrequenter Erregung unterscheiden sich nur in Amplitude und Phase. Das ist eine grundlegende Eigenschaft linearer Systeme. Lineare Systeme lassen sich durch eine lineare Differenzialgleichung n -ter Ordnung bzw. durch ein System von n linearen Differenzialgleichungen erster Ordnung beschreiben, deren Lösungen immer Exponentialfunktionen sind. Die Exponentialfunktion und somit auch die Sinus- sowie die Kosinusfunktion sind Eigenfunktionen linearer Systeme. Un-

ter einer monofrequenten Erregung verstehen wir eine oder mehrere synchronisierte Quellen, die sinusförmige Signale mit (exakt) gleicher Frequenz erzeugen. Wir betrachten nun, wie in Bild 2.2 dargestellt, die Schwingung als einen rotierenden Zeiger der Länge \hat{x} . Die Frequenz f gibt dabei die Anzahl der Umläufe pro Sekunde an, während die Kreisfrequenz ω den in dieser Zeiteinheit zurückgelegten Weg auf dem Einheitskreis darstellt.



$$\alpha = \alpha(t) = \omega t + \varphi$$

$$\alpha(0) = \varphi \quad \text{Nullphasenwinkel}$$

Bild 2.2 Der Drehzeiger rotiert mit der Frequenz f auf einem Kreis mit dem Radius \hat{x} . Für einen Umlauf benötigt der Zeiger die Zeit $T = 1/f = 2\pi/\omega$. Die Frequenz f gibt die Anzahl der Umläufe und die Kreisfrequenz ω den auf dem Einheitskreis zurückgelegten Weg pro Sekunde an.

Zur Zeit $t = 0$ ist der Winkel zur Bezugsachse (Abzisse) durch den Nullphasenwinkel φ gegeben. Die Projektion des Drehzeigers auf die Bezugsachse wird durch die Kosinusfunktion und die Projektion auf die Ordinate durch die Sinusfunktion ausgedrückt und entspricht der Darstellung in Gleichung (2.14) und Bild 2.1.

Alle Signale im Netzwerk haben die gleiche Frequenz. Daher drehen sich alle *Zeiger* mit der gleichen Geschwindigkeit. Da uns nur die relative Lage der *Drehzeiger* zueinander interessiert, frieren wir die *Zeigerdiagramme* zum Zeitpunkt $t = 0$ ein und nennen die Drehzeiger schlicht Zeiger. Jedes Signal ist dann durch die Länge und die Phasenlage eines Zeigers definiert. Zwei sinusförmige Wechselsignale werden somit durch Zeiger mit den Phasenlagen

$$\alpha_1(t) = \omega t + \varphi_1 \quad \text{mit } \alpha_1(0) = \varphi_1,$$

$$\alpha_2(t) = \omega t + \varphi_2 \quad \text{mit } \alpha_2(0) = \varphi_2$$

sowie den Amplituden \hat{x}_1 und \hat{x}_2 unterschieden.

Das Zeigerdiagramm enthält die vollständige Beschreibung des Wechselvorgangs, da sich die relative Lage der Zeiger nicht ändert. Die Addition (genau wie die Subtraktion) von Signalen mit unterschiedlichen Phasenlagen kann somit durch eine vektorielle Addition (bzw. Subtraktion) der Zeiger ausgedrückt werden.

Die Zeiger in Bild 2.3 stellen die Signale

$$x_1(t) = \hat{x}_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \quad \text{und} \quad x_2(t) = \hat{x}_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \quad (2.15)$$

dar. Ihre Summe ist durch

$$x(t) = \hat{x} \cos(\omega t + \varphi) = \hat{x}_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + \hat{x}_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \quad (2.16)$$

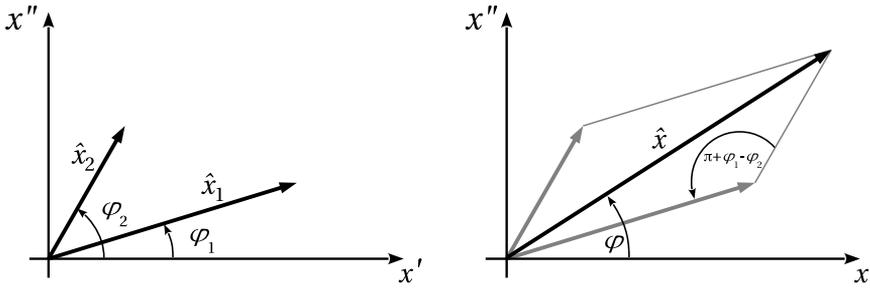


Bild 2.3 Ermittlung der Summe zweier phasenverschobener Signale durch vektorielle Addition der zugehörigen Zeiger.

gegeben. Durch Anwendung des Kosinussatzes erhalten wir die Amplitude des Summensignals

$$\hat{x} = \sqrt{\hat{x}_1^2 + \hat{x}_2^2 + 2\hat{x}_1\hat{x}_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}. \quad (2.17)$$

Betrachten wir die Summe der Komponenten auf der x' - bzw. der x'' -Achse, so erhalten wir für den Nullphasenwinkel des resultierenden Signals

$$\tan \varphi = \frac{\hat{x}_1 \sin(\varphi_1) + \hat{x}_2 \sin(\varphi_2)}{\hat{x}_1 \cos(\varphi_1) + \hat{x}_2 \cos(\varphi_2)}. \quad (2.18)$$

2.3.3 Komplexe Amplituden

Wir betrachten nun die Zeigerdarstellung in der komplexen Ebene, d. h., wir fassen die Variablen x' und x'' in Bild 2.2 als Real- bzw. Imaginärteil einer komplexen Variablen \underline{x} auf. Den Umlauf des Drehzeigers in der komplexen Ebene nennen wir *komplexe Schwingung*. Die Umlaufgeschwindigkeit ist durch die Frequenz gegeben, wobei deren Vorzeichen die Umlaufrichtung festlegt. Die Position des Drehzeigers zum Zeitpunkt $t = 0$, also Länge des Zeigers und Nullphasenwinkel, bilden eine komplexe Konstante, die wir als *komplexe Amplitude* bezeichnen.

Nun fassen wir die beiden reellen Schwingungen in (2.14) zu einer komplexen Schwingung zusammen und erhalten ein einziges *komplexes Signal*

$$\underline{x}(t) = x'(t) + j x''(t) = \hat{x} \cos(\omega t + \varphi) + j \hat{x} \sin(\omega t + \varphi) = \hat{x} e^{j(\omega t + \varphi)} = \underline{\hat{X}} e^{j\omega t} \quad (2.19)$$

mit der komplexen Amplitude

$$\underline{\hat{X}} = \hat{x} e^{j\varphi} = \hat{x} \cos \varphi + j \hat{x} \sin \varphi. \quad (2.20)$$

Oft ist es sinnvoll, statt des Scheitelwertes \hat{x} den Effektivwert x_{eff} zur Darstellung der komplexen Amplitude zu verwenden, d. h.,

$$\underline{X} = x_{\text{eff}} e^{j\varphi} = \underline{\hat{X}} / \sqrt{2}. \quad (2.21)$$

Tabelle 2.2 Komplexe Amplituden

$\underline{x}(t) = \hat{X}e^{j\omega t}$	Komplexes Signal
$e^{j\omega t}$	Komplexe Schwingung
$\hat{X} = \hat{x}e^{j\varphi}$	Komplexe Amplitude
\hat{x}	Amplitude (Scheitelwert)
φ	Phase (Nullphasenwinkel)
$\underline{X} = \hat{X}/\sqrt{2}$	Effektivwert der komplexen Amplitude

Zur Darstellung harmonischer Vorgänge wird das Konzept der komplexen Amplituden mit den in Tabelle 2.2 aufgeführten Begriffen verwendet.

Für die systemtheoretische Betrachtung macht es keinen Unterschied, ob die Quellen im Netzwerk reelle oder komplexe Signale erzeugen. Eine komplexe Spannungsquelle können wir uns als Reihenschaltung aus zwei reellen Spannungsquellen mit den Quellspannungen $u'_0(t)$ und $j u''_0(t)$ vorstellen. Entsprechend sind die Komponenten einer komplexen Stromquelle parallel geschaltet. In Bild 2.4 sind zwei ideale komplexe Quellen dargestellt. In realen Netzwerken ist das natürlich nicht möglich.



Bild 2.4 Die systemtheoretische Realisierung komplexer Quellen erfolgt durch Reihen- bzw. Parallelschaltung reeller Quellen. In realen Systemen ist das jedoch nicht möglich.

Die Verwendung komplexer Signale zur Analyse elektrischer Netzwerke erscheint zunächst zwar aufwendiger, stellt letztendlich jedoch eine wesentliche Vereinfachung dar. Wir ordnen jedem reellen Quellsignal $x'(t)$ ein komplexes zu, sodass $x'(t) = \text{Re}\{\underline{x}(t)\}$ ist. Führen wir nun eine Netzwerkanalyse durch, so erhalten wir als Ergebnis wiederum komplexe Signale der Form $\underline{y}(t)$. Das eigentlich gesuchte reelle Signal $y'(t) = \text{Re}\{\underline{y}(t)\}$ lässt sich dann sehr einfach durch Realteilbildung ermitteln.

Der entscheidende Vorteil bei der Verwendung von komplexen Amplituden besteht in der Zusammenfassung der zeitunabhängigen Parameter Amplitude und Phase zu einer komplexen Konstanten. Wir können jedes komplexe Signal $\underline{x}(t)$ gemäß (2.19) ausdrücken durch

$$\underline{x}(t) = \hat{X}e^{j\omega t} \quad \text{mit} \quad \hat{X} = \hat{x}e^{j\varphi}.$$

Entscheidend ist hierbei, dass die Zeitabhängigkeit aller Signale im Netzwerk bei mono-frequenter Erregung immer durch $e^{j\omega t}$ gegeben ist.

Beispiel 2.1 Anwendung komplexer Amplituden zur Analyse eines Netzwerks

Wir wollen mithilfe komplexer Amplituden ein Netzwerk beschreiben, das zwischen der Eingangs- und der Ausgangsspannung eine Phasenverschiebung um den Winkel α und eine Amplitudenänderung um den Faktor k hervorruft. Legen wir an den Eingang

dieses Netzwerks die Spannung

$$u'_1(t) = \hat{u}_1 \cos(\omega t + \varphi_1),$$

so erhalten wir am Ausgang die Spannung

$$u'_2(t) = \hat{u}_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

mit $\hat{u}_2 = k \cdot \hat{u}_1$ und $\varphi_2 = \varphi_1 + \alpha$. Zur Charakterisierung des Netzwerks sind die beiden Parameter α und k erforderlich.

Ergänzen wir nun, wie in Bild 2.4 dargestellt, die Spannungsquelle $u'_1(t)$ um einen entsprechenden imaginären Anteil, so ist die Eingangsspannung durch

$$\underline{u}_1(t) = \hat{U}_1 e^{j\omega t} \quad \text{mit} \quad \hat{U}_1 = \hat{u}_1 e^{j\varphi_1}$$

gegeben und ruft am Ausgang die Spannung

$$\underline{u}_2(t) = \hat{U}_2 e^{j\omega t} \quad \text{mit} \quad \hat{U}_2 = \hat{u}_2 e^{j\varphi_2} = k e^{j\alpha} \cdot \hat{U}_1$$

hervor. Das Netzwerk ist somit durch eine einzige komplexe Zahl

$$\underline{H} = k e^{j\alpha}$$

charakterisiert. Die Ermittlung der Ausgangsspannung reduziert sich auf die Berechnung der komplexen Amplitude durch die Multiplikation

$$\hat{U}_2 = \underline{H} \cdot \hat{U}_1.$$

Wir werden diesen Aspekt später zur Beschreibung von Schaltelementen ausnutzen. Die zu einer komplexen Spannung zugehörige reelle Spannung ist einfach durch Realteilbildung zu ermitteln, d. h.,

$$u'_1(t) = \text{Re}\{\underline{u}_1(t)\} = \text{Re}\{\hat{U}_1 e^{j\omega t}\} \quad \text{und} \quad u'_2(t) = \text{Re}\{\underline{u}_2(t)\} = \text{Re}\{\hat{U}_2 e^{j\omega t}\}.$$

In einem real vorliegenden Netzwerk sind alle Spannungen reell. Zur Berechnung ersetzen wir die reellen Spannungen in der dargestellten Weise durch komplexe Spannungen.⁴ Nachdem die Berechnung abgeschlossen ist, betrachten wir lediglich den Realteil der uns interessierenden Signale. ■

Nun wollen wir auch die Kirchhoff'schen Regeln auf komplexe Amplituden übertragen. Ganz sicher gelten diese Regeln im Wechselstromkreis zu jedem Zeitpunkt t . Damit können wir aus

$$\sum_n \underline{u}_n(t) = \sum_n \hat{U}_n e^{j\omega t} = 0 \quad \text{und} \quad \sum_n \underline{i}_n(t) = \sum_n \hat{I}_n e^{j\omega t} = 0 \quad (2.22)$$

sofort auf

$$\sum_n \hat{U}_n = 0 \quad \text{und} \quad \sum_n \hat{I}_n = 0 \quad (2.23)$$

⁴ Um diese Vorgehensweise in der Praxis durchzuführen, müssten wir das Netzwerk dazu ein zweites Mal aufbauen.

schließen. Diese Schlussfolgerung gilt natürlich für die Effektivwerte der komplexen Amplituden $\underline{U} = \hat{U}/\sqrt{2}$ und $\underline{I} = \hat{I}/\sqrt{2}$ ebenso.⁵

Für die Berechnungen mit komplexen Amplituden gelten die Rechenregeln der komplexen Zahlen. Wir verwenden dabei sowohl die Komponenten- als auch die Polardarstellung (Betrag und Phase). Der Zusammenhang zwischen den beiden Darstellungen ist durch die Euler'schen Formeln gegeben.

$$e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2} \quad (\text{Realteil})$$

$$\sin \alpha = \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2j} \quad (\text{Imaginärteil})$$

Aus (2.20) erhalten wir unter Verwendung der konjugiert komplexen Amplitude

$$\underline{\hat{X}}^* = \hat{x} e^{-j\varphi} = \hat{x} \cos \varphi - j \hat{x} \sin \varphi$$

sofort den Betrag

$$|\underline{\hat{X}}| = +\sqrt{\underline{\hat{X}}^* \underline{\hat{X}}} = \hat{x}$$

sowie die Komponenten

$$\text{Re } \underline{\hat{X}} = \frac{\underline{\hat{X}} + \underline{\hat{X}}^*}{2} = \hat{x} \cos \varphi,$$

$$\text{Im } \underline{\hat{X}} = \frac{\underline{\hat{X}} - \underline{\hat{X}}^*}{2j} = \hat{x} \sin \varphi.$$

Zur Addition und Subtraktion von komplexen Amplituden müssen wir zwingend die Komponentendarstellung verwenden, während die Polardarstellung bei der Multiplikation und der Division vorzuziehen ist.

Die Differentiation einer komplexen Schwingung

$$\underline{d}(t) = \frac{d}{dt} \underline{x}(t) = \frac{d}{dt} \underline{\hat{X}} e^{j\omega t} = j\omega \cdot \underline{\hat{X}} e^{j\omega t}$$

liefert uns für die komplexe Amplitude der Ableitung

$$\underline{\hat{D}} = j\omega \cdot \underline{\hat{X}} = \omega \cdot \underline{\hat{X}} \cdot e^{j\pi/2}. \quad (2.24)$$

Die Differentiation entspricht einer Multiplikation der komplexen Amplitude mit dem Faktor $j\omega$, d. h., der Drehzeiger des abgeleiteten Signals $\underline{d}(t)$ eilt dem von $\underline{x}(t)$ um $\pi/2$ voraus. Somit ist auch der Zeiger $\underline{\hat{D}}$ gegenüber dem Zeiger $\underline{\hat{X}}$ um $\pi/2$ phasenverschoben.

Bei der Integration

$$\underline{i}(t) = \int \underline{x}(t) dt = \int \underline{\hat{X}} e^{j\omega t} dt = \frac{1}{j\omega} \cdot \underline{\hat{X}} e^{j\omega t}$$

⁵ Im Allgemeinen dürfen die Kirchhoff'schen Regeln nicht auf Spitzen- oder Effektivwerte angewendet werden. Im Falle von komplexen Amplituden ist dies jedoch möglich, da alle Signale den gleichen zeitlichen Verlauf aufweisen.

erhalten wir für die komplexe Amplitude des Integrals

$$\hat{\underline{i}} = \frac{1}{j\omega} \cdot \hat{\underline{x}} = \frac{1}{\omega} \cdot \hat{\underline{x}} \cdot e^{-j\pi/2}. \quad (2.25)$$

Demnach entspricht die Integration einer Division durch $j\omega$. Der Drehzeiger von $\underline{i}(t)$ eilt dem von $\underline{x}(t)$ um $\pi/2$ nach, d. h., der Zeiger $\hat{\underline{i}}$ ist gegenüber dem Zeiger $\hat{\underline{x}}$ um den Winkel $-\pi/2$ phasenverschoben.

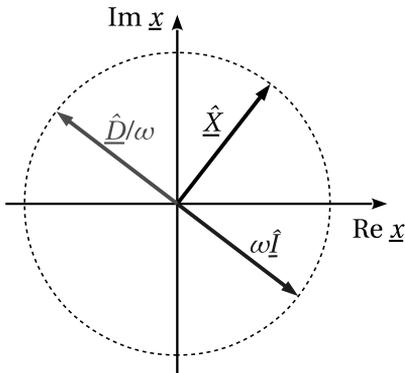


Bild 2.5 Der Zeiger $\hat{\underline{D}}$ einer differenzierten komplexen Schwingung ist gegenüber dem der Ursprungsschwingung um 90° phasenverschoben. Bei der Integration beträgt die Phasenverschiebung des Zeigers $\hat{\underline{I}}$ dagegen -90° .

In Bild 2.5 sind die Zeigerdiagramme für die Differentiation und die Integration dargestellt. Die Zeigerlängen sind in dieser Darstellung auf die Frequenz normiert. Der Betrag der komplexen Amplitude des differenzierten bzw. integrierten Signals ist frequenzabhängig. Bei der Differentiation steigt der Betrag mit der Frequenz, während er bei der Integration mit zunehmender Frequenz abnimmt.

■ 2.4 Sonstige zeitabhängige Signale

Wir müssen oft auch Vorgänge wie die Betätigung von Schaltern oder die lineare Änderung einer Spannung bzw. eines Stromes beschreiben. Zur mathematischen Darstellung derartiger Vorgänge definieren wir zunächst die *Sprungfunktion*

$$\sigma(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ 1/2 & \text{für } t = 0 \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (2.26)$$

Auf der Basis der in Bild 2.6 dargestellten Sprungfunktion $\sigma(t)$ wollen wir nun zwei spezielle Signaltypen einführen.

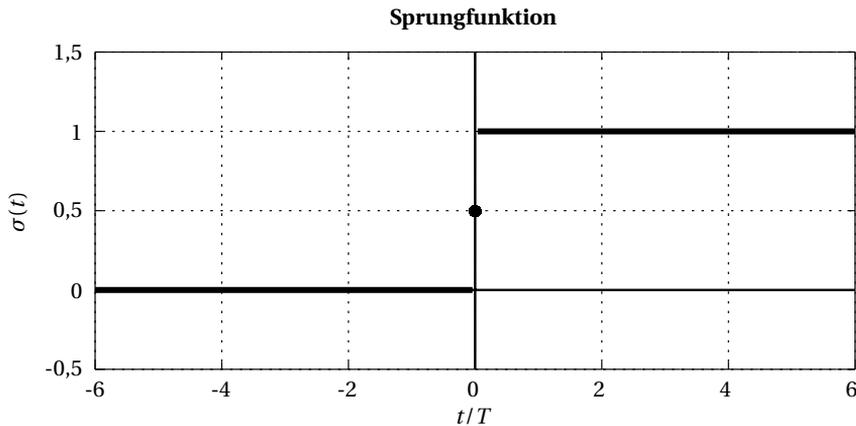


Bild 2.6 Bei der Darstellung der Sprungfunktion wird an der Sprungstelle oft bewusst eine Lücke gelassen und der isolierte Punkt an der Stelle $t = 0$ hervorgehoben. Die Zeitachse ist hier auf eine willkürlich gewählte positive Konstante T normiert.

2.4.1 Rechtecksignal

Mit dem Rechtecksignal wird das Ein- und Ausschalten von Spannungen oder Strömen beschrieben. Dazu definieren wir die *Rechteckfunktion*

$$\text{rect}(t/\tau) = \begin{cases} 1 & \text{für } |t|/\tau < 1 \\ 1/2 & \text{für } |t|/\tau = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.27)$$

mit der positiven Konstante τ . Die Impulsbreite, also die Dauer des Impulses, ist $2 \cdot \tau$. Dieses Signal werden wir auch als *Rechteckimpuls* bezeichnen. Bild 2.7 stellt den normierten Rechteckimpuls dar.

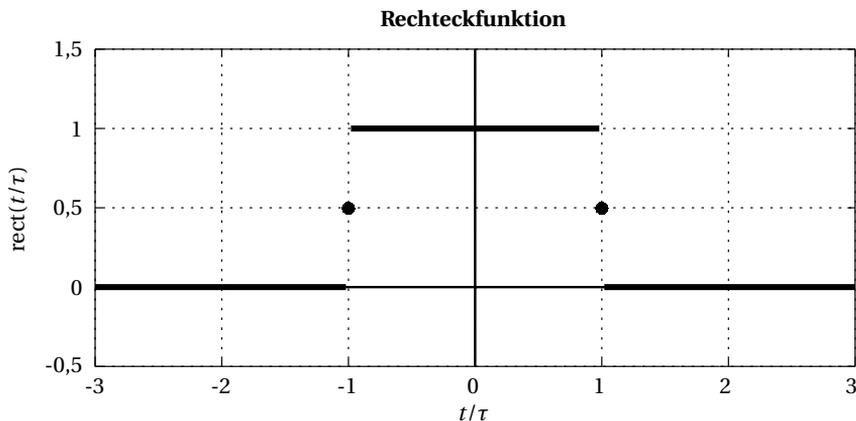


Bild 2.7 Der Rechteckimpuls besitzt die Breite 2τ . Auch in dieser Darstellung sind die isolierten Punkte an den Sprungstellen $t = -\tau$ und $t = \tau$ besonders hervorgehoben.

Index

- Abgleichbedingung, 102
- Additivität, 183
- Adjunkte, 237
- Admittanz, 76, 126
 - Parallelschaltung, 83
- Admittanzmatrix, 201
- Akkumulator, 114, 153
- Ampere, 21
- Amplitude, 126
 - komplexe, 57
- Amplitudengang, 131, 147
- Anionen, 33
- Anode, 33
- Arbeit, 153
- Argument, 230
- Audiotechnik, 133, 164
- Augenblicksleistung, 153
- Augenblickswert, 50
- Ausgangsadmittanz, 201
- Ausgangsgröße, 126
- Ausgangsimpedanz, 198
- Ausgangsklemmen, 116
- Ausgangsspannung, 126

- Bandbreite, 91, 98, 144, 146
- Bandpassfilter, 142
- Bandsperfilter, 144
- Batterie, 18, 114, 153
- Bauelement
 - ideal, 69
 - real, 69
- Baum, 173
 - sternförmiger, 179
- Baumzweig, 173
- Betrag, 230, 233
- Betragsquadrat, 230
- Betriebsspannung, 75
- Betriebszustand, 117, 159
- Bewegungsenergie, 155
- Bezugsknoten, 179, 184

- Bezugssystem, 164
- Blindleistung, 155, 156
- Blindleistungskompensation, 156
- Blindleitwert, 76
 - induktiver, 76
 - kapazitiver, 76
- Blindwiderstand, 76
 - induktiver, 73, 76
 - kapazitiver, 71, 76
- Bode-Diagramm, 131, 147
- Brandschutztür, 159
- Brücke
 - abgegliche, 102
- Brückenschaltung, 101, 102, 107

- Dämpfung, 127, 146
- Dämpfungsmaß, 128
- Dämpfungspol, 146
- Dämpfungsverlauf, 131
- Darstellung
 - kartesische, 129, 228
 - logarithmische, 127, 162
- Dekade, 131
- Determinante, 236
- Dezibel, 127
- Dielektrikum, 111
- Dimension, 232
- Doppelader, 159
- Doppelpotenziometer, 105
- Drehzeiger, 56, 57
- Dreieck-Stern-Umrechnung, 108, 109
- Dreieckfunktion, 64
- Dreieckimpuls, 64
- Dreieckschaltung, 107
- Dreiecksignal, 65
 - periodisches, 65
- Dreipol, 107
- Driftgeschwindigkeit, 29
- Dualität, 94, 110
- Durchflutung

- magnetische, 74
- Durchlassbereich, 134
- Dynamo, 114, 153

- Effektivwert, 52, 57, 76, 80
- Eingangsdmittanz, 201
- Eingangsgröße, 126
- Eingangsimpedanz, 198
- Eingangsspannung, 126
- Einheit, 15
- Einheitsmatrix, 233
- Einheitsvektor, 233
- Eintor, 196
- Eisenkern, 75
- Elektromagnet, 159
- Elektronen, 21
- Elektronengeschwindigkeit, 33
- Element, 232
- Elementarladung, 21
- Empfänger, 159
- Empfindlichkeit, 102
- Energie, 153
 - chemische, 114
 - elektrische, 113
 - mechanische, 114
 - thermische, 114
- Energietechnik, 156, 159
- Energieumsetzung, 155
- Energiewandler, 153
- Erhaltungsgröße, 13
- Ersatzquelle, 118
- Erweiterung
 - konjugiert komplexe, 230
- Euler'sche Formel, 60, 231
- Euler'sche Zahl, 127

- Farad, 70
- Farbcodierung, 38
- Feld
 - elektrisches, 13, 28
 - magnetisches, 13
- Feldgröße, 15
- Feldstärke
 - elektrische, 28
 - magnetische, 46
- Filter, 133
 - elektrisches, 126
- Filterordnung, 133
- Filterschaltung, 133
- Flüssigkeit, 33
- Fluss
 - magnetischer, 72
- Flussdichte
 - magnetische, 46
- Form
 - kartesische, 129
- Fotodiode, 35
- Frequenzachse
 - lineare, 146
 - logarithmische, 131, 147
- Frequenzband, 142, 144
- Frequenzbereich, 146
- Frequenzgenerator, 134
- Frequenzmessbrücke, 105
- Frequenzmessung, 105
- Frequenzselektivität, 126
- Frequenzstützpunkt, 188
- Frequenzstützstellen, 146

- Güte, 92, 99
- Galvanisches Element, 114
- Gasanzünder, 114
- Gegeninduktivität, 74
- Generator, 114, 153
- Germanium, 35
- Gleichanteil, 64
- Gleichrichtwert, 53
- Gleichungssystem, 81, 170, 173, 177, 181
 - lineares, 238
- Glühlampe, 18
- Graf, 171
 - gerichteter, 171
- Grafit, 35
- Grenzfrequenz, 91, 98, 129, 134, 138, 142, 144
 - obere, 91, 98
 - untere, 91, 98
- Grenzkreisfrequenz, 90, 97, 129
 - obere, 90, 98
 - untere, 90, 98
- Größe
 - skalare, 15
 - vektorielle, 15
- Gütefaktor, 111, 113

- Hauptdiagonale, 233
 Hauptdiagonalelemente, 233, 236
 Henry, 72
 Hertz, 54
 Hochfrequenztechnik, 164
 Hochpassfilter, 138, 140
 Hybridmatrix, 204
 Hybridparameter, 204

 Imaginärteil, 227, 230
 Impedanz, 76, 126
 – Parallelschaltung, 84
 – Reihenschaltung, 81
 Impedanzmatrix, 198
 Impedanztransformation, 212
 Induktion, 114
 Induktivitätsmessbrücke, 103
 Induktivität, 72, 103, 110, 126
 – Gegeninduktivität, 73
 – Parallelschaltung, 85
 – Reihenschaltung, 83
 – Selbstinduktivität, 73
 Innenimpedanz, 114, 118
 Innenwiderstand, 102, 114
 Ion, 22, 29, 33
 Ionenleitung, 33

 Kaltleiter, 31
 Kapazität, 70, 105, 110, 126
 – einstellbare, 105
 – Parallelschaltung, 84
 – Reihenschaltung, 82
 Kapazitätsmessbrücke, 105
 Kathode, 33
 Kationen, 33
 Kettenmatrix, 203
 Kettenparameter, 203
 Kirchhoff'sche Regeln, 17, 59, 114, 146, 169
 Kirchhoff'sches Modell, 18, 50, 69
 Klemme, 107
 Knoten, 18, 169
 Knotenadmittanzmatrix, 180, 184
 Knotengleichung, 172
 Knotenleitwertmatrix, 180
 Knotenpotenzialverfahren, 175, 179, 184
 Kohlenstoff, 35
 Kommutativgesetz, 235

 Kompensation, 115
 Komplement
 – algebraisches, 237
 Komplementärbaum, 173
 Komponentendarstellung, 228
 Kondensator, 70, 111
 – idealer, 111
 – realer, 111
 – unbekannter, 105
 Konduktanz, 76
 Konjugation, 229, 234
 Konstantstrom, 115
 Kopplung
 – feste, 74
 – galvanische, 74
 – magnetische, 73, 211
 Kopplungssymmetrie, 208
 Kreisfrequenz, 54
 Kreuzprodukt, 235
 Kristall, 114
 Kurzschluss, 114, 159, 183, 201
 Kurzschlussfestigkeit, 115
 Kurzschlusskernadmittanz, 201
 Kurzschlussstrom, 116, 118

 Ladung, 13
 Ladungsträger, 21
 Ladungstrennung, 114
 Lampe, 40
 Lastbereich, 115
 Lastimpedanz, 114, 156
 Laststrom, 114
 Lastunabhängigkeit, 115
 Lastwiderstand, 114, 126
 Leerlauf, 114, 159, 183, 198
 Leerlaufkernimpedanz, 198
 Leerlaufspannung, 116, 118
 Leistung, 152
 – eingespeiste, 75
 – entnommene, 75
 – komplexe, 155
 – mittlere, 153
 Leistungsanpassung, 158, 159
 Leistungsfaktor, 154, 156
 Leistungsverhältnis, 127
 Leiter, 72
 – metallischer, 29

- Leitfähigkeit, 17
- Leitwert, 30
 - komplexer, 76
 - spezifischer, 30
- Lichterkette, 159
- Lichtgeschwindigkeit, 33
- Linearkombination, 197
- Lösung, 33

- Magnetfeld, 72, 73, 114
- Magnetisierungsverluste, 75, 112
- Masche, 18, 169
- Maschengleichung, 172
- Maschenimpedanzmatrix, 176, 184
- Maschenstromverfahren, 175
- Maschenwahl, 173
- Maschenwiderstandsmatrix, 177
- Maschenzweig, 173
- Maßstab
 - linearer, 133
 - logarithmischer, 127
- Matlab, 217
- Matrix, 176, 180, 198, 219, 232
 - inverse, 237
 - quadratische, 233
- Matrixinversion, 177, 181, 184, 237, 238
- Matrixmultiplikation, 235
- Matrizenschreibweise, 176, 180
- Maxwell'sches Modell, 17
- Maxwell-Wien-Brücke, 103
- Mehrpole, 195
- Mehrter, 195
- Messbereich, 103, 105
- Messgerät, 102
- Messnormal, 105
- Messtechnik, 102, 134
- Metall, 29, 33
- Mittelwert, 51, 64, 154
- Mittenfrequenz, 142, 144
- Modell, 14
- Motor, 156
- Multimeter, 80

- Nachrichtentechnik, 159
- Näherung
 - erste, 110
- Nebendiagonale, 236
- Nebendiagonalelemente, 236
- Nennwert, 110
- Neper, 127
- Netzgerät
 - stabilisiertes, 115
- Netzliste, 184
- Netzteil
 - stabilisiertes, 115
- Netztransformator, 75
- Netzwerk, 169, 184
- Netzwerkanalyse, 102, 170, 183, 184
- Nichtleiter, 34
- Norm, 233, 234
- Normierung, 78, 159, 162
- Normreihe, 38
- Nullindikator, 102
- Nullphasenwinkel, 54
- Nullstelle, 146
- Nyquist-Diagramm, 132, 149

- Octave, 185, 217, 237
- Octave-Skript, 220
- Ohm, 31
- Ohm'sches Gesetz, 17, 36, 69, 146
- Ortskurve, 132

- Parallel-Reihen-Matrix, 206
- Parallel-Reihen-Parameter, 206
- Paralleleitwert, 111
- Parallelschaltung, 83, 115, 159
- Parallelschwingkreis, 94, 144
- Parallelwiderstand, 105
- Parameterdarstellung, 133
- Passivität, 196
- Pegel, 162
- Periode, 50
 - primitive, 50, 63
- Periodendauer, 154
- Permanentmagnet, 114
- Permeabilität, 17, 43
- Permittivität, 17, 111
- Phase, 69, 71, 72, 126, 127, 146
 - Nichtexistenz, 140, 146
- Phasengang, 131, 147
- Phasensprung, 146
- Phasenverlauf, 131
- Phasenverschiebung, 71, 72, 77, 86

- Piezo-Element, 114
 Polardarstellung, 111, 112, 228
 Polstelle, 146
 Potenzial, 26
 Potenziometer, 40, 103, 105
 – gekoppelte, 105
 Primärspannung, 75
 Primärspule, 75
 Primärstrom, 75
 Probeladung, 27
 Protonen, 21
 Prozess
 – irreversibel, 114
 – reversibel, 114
 Pseudoeinheit, 127
 Pulsweitenmodulation, 64

 Quarz, 114
 Quelle, 113, 133, 153
 – elektrische, 113
 Quellenparameter, 116
 Quellenumrechnung, 116, 117
 Quellenumwandlung, 178, 182
 Quellspannung, 114, 116, 118
 Quellspannungsvektor, 176, 178, 179
 Quellstrom, 116
 Quellstromvektor, 180, 182, 183, 185
 Querkweig, 102

 Raumladungsdichte, 22
 RC-Glied, 128
 Reaktanz, 76
 Realteil, 227, 230
 Rechenaufwand, 174
 Rechte-Hand-Regel, 46
 Rechteckfunktion, 62
 Rechteckimpuls, 62
 Rechtecksignal, 63
 – periodisches, 63
 Referenzgröße, 162
 Referenzleistung, 163
 Referenzpegel, 164
 Referenzspannung, 163
 Referenzwert, 127
 Referenzwiderstand, 163
 Reflexionsfaktor, 162
 Regelkreis, 131
 Regelung, 115
 Regelungstechnik, 131
 Reihenschaltung, 81, 114, 159
 Reihenschwingkreis, 88, 142
 Reihenwiderstand, 113
 Resistanz, 76
 Resonanz, 88, 156, 160
 Resonanzfrequenz, 89, 95, 99, 142, 144
 Resonanzkreisfrequenz, 89, 95
 Reziprozität, 208

 Sägezahnimpuls, 65
 Sägezahnsignal, 65
 Schalter, 63
 Schaltung
 – frequenzselektive, 126
 Schaltungsanalyse, 107
 Schaltvorgang, 63
 Scheinleistung, 156, 161
 Scheinleistungsanpassung, 161
 Scheinleitwert, 76, 81
 Scheinwiderstand, 76, 80
 Scheitelwert, 54, 57, 76
 Schering-Brücke, 104
 Schmelze, 33
 Schwingkreis, 88
 Schwingquarz, 114
 Schwingung
 – komplexe, 57
 Schwingungsformel
 – Thomson'sche, 89, 95
 Seebeck-Effekt, 114
 Sekundärspannung, 75
 Sekundärspule, 75
 Sekundärstrom, 75
 Selbstinduktivität, 73
 Selektivität, 135
 Sender, 159
 Senke, 133, 153
 Sensortechnik, 114
 Serienschwingkreis, 88
 Serienwiderstand, 103, 113
 Siemens, 30
 Signal, 50
 – komplexes, 57
 Silicium, 35
 Skalarprodukt, 234

- Skalierung
 - lineare, 133, 146
 - logarithmische, 131, 147
- Skript-Datei, 220
- Solarenergie, 114
- Solarzelle, 114
- Spalte, 232
- Spaltenvektor, 232
- Spannung, 17, 27
- Spannungsüberhöhung, 156
- Spannungsabfall, 69
- Spannungsanpassung, 158, 159
- Spannungsimpuls, 114
- Spannungspegel, 163
- Spannungsquelle, 94, 114
 - äquivalente, 116
 - reale, 116
- Spannungsteiler, 85, 101, 118
 - belasteter, 86, 107
 - unbelasteter, 85
- Spannungsteilerregel, 86
- Spannungsüberhöhung, 92, 160
- Spannungsverhältnis, 127
- Speisung, 94
- Sperrbereich, 134
- Sprungfunktion, 61
- Spule, 71, 74, 112
 - unbekannte, 103
- Spulenkörper, 112
- Stabilisierung, 115
- Stern-Dreieck-Umrechnung, 109, 110
- Sternimpedanz, 109
- Sternpunkt, 179, 184
- Sternschaltung, 107
- Strahlungsenergie, 114
- Streckenkomplex, 173
- Strom, 13, 17
- Stromanpassung, 158, 159
- Strombegrenzung, 115
- Stromdichte, 24
- Stromkreis, 152
- Stromquelle, 115, 159
 - äquivalente, 116
 - reale, 116
- Stromrichtung, 24
- Stromteiler, 87
- Stromteilerregel, 87
- Stromüberhöhung, 99
- Stromverhältnis, 127
- Supraleitung, 31
- Suszeptanz, 76
- System
 - lineares, 183
- Tastverhältnis, 63
- Teilverhältnis, 86
- Teilnetzwerk, 195
- Telekommunikationssystem, 164
- Temperaturkoeffizient, 31
- Temperatursensor, 114
- Thermoelement, 114
- Tiefpasscharakteristik, 131
- Tiefpassfilter, 134, 136
- Topologie, 81
- Transformator, 74, 211
 - idealer, 75
 - realer, 75
- Transjunktion, 234
- Transposition, 232, 234
- Übergangsbereich, 134
- Übersetzungsverhältnis, 75
- Übertrager, 74, 211
- Übertragungsfunktion, 127
- Übertragungssymmetrie, 208
- Übertragungsverhältnis, 75
- Übertragungsverhalten, 127
- Unterdeterminante, 236
- Ursprung, 140, 228
- Vakuum, 32
- Vakuumleitung, 32
- Valenzelektronen, 21
- Vektor, 176, 180, 198, 219, 232
 - Betrag, 233
 - Länge, 233
 - Norm, 233
- Vektorprodukt
 - äußeres, 235
 - inneres, 234
- Verbindungszweig, 173
- Verbraucher, 159
- Verbraucherzählpfeilsystem, 171
- Verlustfaktor, 111, 113

- Verlustleitwert, 111
- Verlustwiderstand, 103, 105, 113
- Verlustwinkel, 111, 113
- Versorgungsnetz, 75
- Versorgungsspannung
 - konstante, 115
- Vierpol, 196
- Volt, 27
- Voltampere, 152
- Voltampere Reaktiv, 152
- Vorzeichenmuster, 236

- Wärme, 155
- Wärmezufuhr, 114
- Warmleiter, 31
- Watt, 152
- Wechselstromquelle, 115
- Wellenanpassung, 161, 162
- Wertepaar, 223
- Wertetabelle, 223
- Widerstand, 30, 36, 69, 110
 - komplexer, 76
 - lichtempfindlicher, 35, 40, 41
 - linearer, 152
 - nichtlinearer, 152
 - ohmscher, 69, 152
 - Parallelschaltung, 84
 - Reihenschaltung, 82
 - spezifischer, 31
 - temperaturabhängiger, 41
- Widerstandsmessbrücke, 103

- Widerstandsnormal, 103
- Widerstandssymmetrie, 209
- Wien-Robinson-Brücke, 105
- Windungsverhältnis, 74
- Wirbelstrom, 75
- Wirkfaktor, 156
- Wirkleistung, 155, 156, 160, 196
- Wirkleistungsanpassung, 160, 162
- Wirkleitwert, 76
- Wirkungsgrad, 158
- Wirkwiderstand, 76

- Zählpfeil, 15, 17, 171
- Zahl
 - komplexe, 227
 - reelle, 227
- Zehnerlogarithmus, 127
- Zeiger, 56, 140
- Zeigerdarstellung, 57
- Zeigerdiagramm, 56, 70, 156
- Zeilenvektor, 232
- Zeitsignal, 146
- Zündeinrichtung, 114
- Zustand
 - eingeschwungener, 127
- Zweig, 171, 184
- Zweigrichtung, 185
- Zweipol, 69, 184
- Zweipolelement, 169
- Zweipolgleichung, 69, 110, 169, 172
- Zweitor, 197