



Hinweise zur Nutzung

Das Lehrerhandbuch wird Ihnen zu den verschiedenen Arbeitsheftseiten Anregungen geben, wie die Inhalte im Unterricht behandelt werden könnten. Dabei handelt es sich um Vorschläge, die Sie zwar bei der Unterrichtsplanung unterstützen, aber keinesfalls einengen sollen.

Inhalte der Geometrie und die Übungsformen werden immer wieder mit anderen Kapiteln verknüpft. Daher sollten die geometrischen Inhalte nicht bis zum Schluss aufgehoben werden. Vielmehr werden verschiedene arithmetische Bereiche mit Inhalten aus dem Kapitel Geometrie vorbereitet und begleitet. Am unteren Seitenrand im Lehrerhandbuch finden Sie entsprechende Hinweise.

Die Konzeption der einzelnen Kapitel finden Sie jeweils bei den fachdidaktischen Hintergründen. Dort ist der aktuelle Stand der Fachdidaktik und Forschung kurz zusammengefasst und es werden allgemeine Hinweise zu Unterricht, Differenzierung und Förderung gegeben.



Die Ameisenicons führen Sie durch das Buch. Auf die Bedeutungen soll im Folgenden kurz eingegangen werden:

Theorieteil



Fachdidaktischer Hintergrund

Hier werden eine kurze Zusammenfassung der aktuellen wissenschaftlichen Erkenntnisse im behandelten Gebiet sowie hilfreiche Modelle und Zusammenhänge beschrieben.



Zielsetzung des Kapitels

Die mit dem Kapitel verfolgte Zielsetzung wird erläutert.



Stolpersteine bei der Umsetzung

Mögliche Umsetzungsschwierigkeiten und Lernvoraussetzungen für das Kapitel werden behandelt.



Anregungen für den Unterricht

An dieser Stelle werden Vorschläge zur Einführung des Kapitels und der Behandlung der einzelnen Seiten gegeben.



Differenzieren und Verknüpfen

Hier erfolgen allgemeine Differenzierungshinweise zum Kapitel und Querverbindungen zu anderen Fachbereichen.

Praxisteil



Worum geht es?

Ein kurzer Überblick über die Intention und die Bedeutung der Heftseite wird gegeben.



Wie kann ich vorgehen?

Das mögliche Vorgehen im Unterricht und Querverbindungen werden hier dargestellt.



Wie kann ich differenzieren?

Differenzierungsmöglichkeiten für besonders starke oder schwächere Schüler werden erklärt.



Was wird benötigt?

Das benötigte Material und die weiterführenden Kopiervorlagen werden angegeben.



Arbeit mit den adaptiven Arbeitsblättern

Die zur Seite gehörenden Arbeitsblätter werden stichpunktartig dargestellt.



Kapitel 12: Strategien



Fachdidaktischer Hintergrund

Auf die Bedeutung der nichtzählenden Rechenstrategien wurde bereits im Kapitel 11 „Verdoppeln“ ausführlich hingewiesen. Die fachdidaktischen Ausführungen zu den Strategien Verdoppeln und Halbieren treffen genauso auf die in diesem Kapitel durchgenommenen Strategien zu. Gute Rechner zeichnen sich gegenüber den schwachen Rechnern durch flexibel einsetzbare Rechenstrategien und frühe Automatisierung der Aufgaben aus. Zählenden Rechnern fallen die Beziehungen zwischen Aufgaben nicht auf und können so nicht zur Lösung genutzt werden (KAUFMANN/WESOLOWSKI 2011³, 83). Im Kapitel 11 wurde darauf hingewiesen, dass entsprechende Aufgabenformen angeboten werden müssen und sich der Schwerpunkt von der Lösung der Aufgabe hin zum Lösungsweg wandeln muss, damit Schüler Rechenstrategien nutzen. Habe ich als Schüler immer genügend Zählmaterial zur Verfügung, komme ich gar nicht erst in die Verlegenheit, mir andere Lösungswege überlegen zu müssen. Entgegen der Wunschvorstellung entwickeln leider auch nicht alle Schüler die Rechenstrategien von alleine – trotz gut gestalteter Lernumgebungen und geeigneter Aufgabenstellungen. Die Rechenstrategien müssen entdeckt, besprochen und bewertet werden. So können sie ins Repertoire der Schüler aufgenommen und bei Bedarf flexibel abgerufen werden. BORN und OEHLELER 2009³ schränken dabei zurecht ein, dass für die Einübung der unterschiedlichen Re-

chenwege im Unterricht oft zu wenig Zeit verwendet wird (ebd., 107). Dies kann sogar bei überdurchschnittlich begabten Schülern dazu führen, dass die Leistungen schlechter werden, weil sie bei jeder Aufgabe aufs Neue mit dem „Neuerfinden“ eines Rechenwegs konfrontiert werden (a. a. O.). Weniger begabte Schüler greifen dann schnell auf zählende Rechenstrategien zurück. Planen Sie daher genug Zeit für die intensive Arbeit mit den Rechenstrategien ein. Dabei sollen die Übungen natürlich auch für die Subtraktion durchgeführt und auf andere Zahlenwerte übertragen sowie mit geeigneten Veranschaulichungen abgestützt werden (SCHERER/MOSER OPITZ 2010, 149).

Tauschaufgaben

Grundlage für die Tauschaufgaben ist das Kommutativgesetz. Dieses besagt, dass ich bei einer Addition die Summanden beliebig tauschen darf, ohne dadurch das Ergebnis zu verändern. Wenn ich bei der Aufgabe $1 + 7$ also beide Summanden vertausche, erhalte ich die leichtere Aufgabe $7 + 1$.

Vorbereitet wird dieses Wissen bereits durch die Zahlzerlegung. Verstehe ich beispielsweise die 8 als 5 und 3, so ist egal, ob ich zuerst die 5 oder die 3 sehe. Voraussetzung für das Verständnis der Strategie „Tauschaufgaben“ ist also die Einsicht in das Teile-Ganzes-Konzept. Beachtet werden muss dabei, dass bei Subtraktionen das Gesetz natürlich nicht gilt. Gehe ich jedoch vom Teile-Ganzes-Konzept aus, so ist für die Schüler leicht nachzuvollziehen, wie die Aufgaben

- $9 - 5 = 4$ und
- $9 - 4 = 5$

zusammenhängen. Wenn ich von einem Ganzen eine Teilmenge wegnehme, so bleibt mir die andere Teilmenge als Rest.

Gute Rechner zeichnen sich durch flexibel einsetzbare Rechenstrategien und frühe Automatisierung der Aufgaben aus.

Schüler entwickeln die Rechenstrategien in der Regel nicht von alleine.



Dennoch sollte dieser Zusammenhang im Unterricht explizit thematisiert werden, damit die Schüler nicht versuchen, Minuend und Subtrahend zu vertauschen.

Gründen Sie die Erarbeitung der Tauschaufgaben also unbedingt auf die Teile-Ganzes-Beziehung.

Nachbaraufgaben

Die Nachbaraufgaben wurden bereits mit der Strategie Verdoppeln + 1/Verdoppeln – 1 vorbereitet. Nun eignen sich natürlich nicht nur die Verdopplungs- und Halbierungsaufgaben als „Stützpunkte“, um andere Aufgaben daraus abzuleiten, sondern jede automatisierte Aufgabe kann als Stützpunkt dienen. Die bislang erarbeiteten Zahlzusammensetzungen mit der 5, die Zerlegungen der 5 und der 10 und die Verdopplungsaufgaben stehen für diese Strategie zur Verfügung.

Basis ist wieder das Teile-Ganzes-Konzept. Vergrößere oder verringere ich einen Teil des Ganzen um eins, ohne dabei den anderen Teil entgegengesetzt zu verändern, so ändere ich auch entsprechend das Ganze. Diese Strategie lässt sich auch direkt auf Subtraktionen übertragen. Die Schüler müssen die „gedachte“ Veränderung verstehen, damit sie das richtige Ergebnis herausbekommen. Besonders bei Minusaufgaben ist dies erschwert. Während die Vergrößerung eines Summanden bei der Addition immer zu einer entsprechenden Vergrößerung des Ergebnisses und die Verringerung eines Summanden immer zu einer Verringerung des Ergebnisses führt, hängt es bei der Subtraktion davon ab, ob der Subtrahend oder der Minuend verändert werden. Wird der Minuend vergrößert, wird das Ergebnis größer, wird hingegen der Subtrahend vergrößert, wird es kleiner. Bei der Verringerung ist es genau entgegengesetzt.

Um dieses Prinzip zu verstehen, müssen die Schüler das Teile-Ganze Konzept nutzen und die Veränderung konkret nachvollziehen.

10er-Analogien

Voraussetzung für die Nutzung der 10er-Analogien ist die Einsicht in das Stellenwertsystem. So hat die Aufgabe $12 + 3$ keinen Bezug zur Aufgabe $2 + 3$, wenn für einen Schüler die 12 „nur“ die Zahl nach der 11 ist und eben nicht als ein Zehner und zwei Einer vorgestellt werden kann. Noch weniger hat dann die Aufgabe $20 + 30$ mit der Aufgabe $2 + 3$ zu tun (KAUFMANN/WESOLOWSKI 2011³, 83).

Die Schüler müssen verstehen, dass der zweite Zehner und alle weiteren Zehner genauso aufgebaut sind, wie der erste Zehner (ebd., 88). Durch Nutzung von Rechenschiffchen oder dem 20er-Feld mit Wendepfättchen kann dieser Zusammenhang deutlich gemacht werden.

Diese Strategie können die Schüler bei Additionen und bei Subtraktionen anwenden.

Kraft der 5

Bei dieser Strategie wird der Vorteil des Rechnens mit 5er-„Portionen“ genutzt. Das Wissen über die Zahlzerlegungen mit 5 lässt sich dann nutzen, um einfacher rechnen zu können:

●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●		

$$6 + 8 = 14$$

∧	∧
5	1 5 3

Die Veranschaulichung erfolgt dabei idealerweise im 20er-Feld oder mit Rechenschiffchen. Die Erarbeitung erfolgt auf Basis der Zahlzerlegungen mit 5. Damit den Schülern der Zusammenhang klar wird,

Abb. 122:
Veranschaulichung der Strategie „Kraft der 5“ am 20er-Feld



Abb. 123:

Marion und Nele sitzen am Tisch. Sie haben mit Wendepättchen eine Rechenaufgabe gelegt. Jede beschreibt die Aufgabe aus ihrer Sicht.


Im mittleren Teil wird das Prinzip der Tauschaufgabe dargestellt. Um das Prinzip zu verstehen und die sinnvolle Anwendung zu unterstützen, sollen die Schüler bei den folgenden Aufgaben entscheiden, welche der beiden Tauschaufgaben leichter ist.

Tauschaufgaben

Jeder sieht etwas anderes
Nele und Marion sehen unterschiedliche Aufgaben. Was passiert mit dem Ergebnis? Probiert es mit Wendepättchen und eigenen Aufgaben.

5 + 2 = □

2 + 5 = □



TIPP! Aus $2 + 5 = 7$ mache $5 + 2 = 7$ →

$2 + 5 = 7$	\times	$2 + 5 = 7$
$+ \quad = 7$		$+ \quad = 7$

Welche Aufgabe ist leichter? Überlege und rechne.

1. $2 + 7 = \square$	4. $\square = 1 + 8$	7. $9 + 4 = \square$
$7 + 2 = \square$	$\square = 8 + 1$	$\square = 4 + 9$
2. $1 + 6 = \square$	5. $5 + 7 = \square$	8. $2 + 10 = \square$
$6 + 1 = \square$	$7 + 5 = \square$	$10 + 2 = \square$
3. $9 + 2 = \square$	6. $\square = 4 + 8$	9. $6 + 9 = \square$
$2 + 9 = \square$	$\square = 8 + 4$	$\square = 9 + 6$

20

Abb. 123: Arbeitsheft 1B, Seite 20



Worum geht es?

Aufgrund des Kommutativgesetzes dürfen die Summanden bei einer Addition miteinander vertauscht werden. Das macht vor allem dann Sinn, wenn der zweite Summand größer ist als der erste Summand. Die Rechnung wird so leichter. Die Schüler sollen das Teile-Ganzes-Konzept anwenden und erkennen, dass sie die beiden Summanden (Teile) vertauschen können, ohne das Ergebnis zu verändern. Zudem sollen sie erkennen, wann dies eine sinnvolle Strategie ist.



Wie kann ich vorgehen?

Die Schüler betrachten das Bild im Arbeitsheft (oder als Folie). Marion sagt: Dort ist die Aufgabe $5 + 2$, aber Nele sagt, dort steht $2 + 5$. Wer hat denn nun recht? Die Schüler sollen sich zu dieser Fragestellung äußern und ihre Aussage begründen. Diese Äußerungen sind der Ausgangspunkt

für das folgende Unterrichtsgespräch. Dabei sollten Sie auf die Zahlzerlegungen eingehen und deutlich machen, dass sich durch „den anderen Blickwinkel“ die Gesamtanzahl nicht verändert.

Im Heft wird nun ein Eintrag zu den Tauschaufgaben geschrieben. Die Schüler können Beispiele von Tauschaufgaben finden, die dazu notiert werden.

Anschließend lösen die Schüler die Aufgaben im Arbeitsheft. Mit dem Partner soll darüber gesprochen werden, welche von beiden Aufgaben leichter ist. Die Gruppen sollen eine Regel herausfinden, wann das Vertauschen von beiden Summanden einen Vorteil bringt. Die Aufgabe $7 - 2 = 5$ wird an die Tafel geschrieben. Nachdem der Lehrer kurz „überlegt hat“, schreibt er die Aufgabe mit vertauschtem Minuenden und Subtrahenden darunter und denkt laut, dass „das doch nicht sein könne“ ... die Schüler sollen den Fehler finden. Falls er nicht sofort auffällt, sollen die Schüler doch einmal versuchen, von 2 Wendepättchen 7 wegzunehmen.

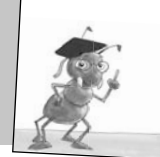
Die Schüler haben nun die Aufgabe zu erklären, warum das so nicht geht. Die Erklärungsversuche werden dabei besprochen. Am Ende soll klargestellt werden, dass ich bei „Minus nicht einfach die beiden Zahlen tauschen darf“. Aber vielleicht kommen die Schüler darauf, dass sich das Ergebnis und der Subtrahend beliebig tauschen lassen. Begründen Sie dies über die Zahlzerlegung mit Wendepättchen.

Auch hierzu sollten die Schüler Beispiele finden, die sie im Heft notieren können.



Wie kann ich differenzieren?

Das Prinzip der Tauschaufgaben kann sowohl an kleinen Zahlen als auch an großen Zahlen entdeckt werden.



Der Entdeckerfreude der Schüler sind damit kaum Grenzen gesetzt. Vielmehr ist es sogar sehr positiv, wenn die Schüler entdecken, dass dieses Prinzip bei allen Zahlen gilt. Bei den eigenen Beispielen dürfen die Schüler daher alle Rechnungen aufnehmen, die sie gerade noch können.

Für schwächere Schüler ist es vermutlich leichter, wenn sie mit Material arbeiten (zumindest am Anfang) und das „Vertauschen“ der Summanden durch Umdrehen der Rechenschiffchen oder des 20er-Feldes handelnd nachvollziehen können. Auch sollen sie sich Gedanken darüber machen, welche Aufgabe für sie leichter zu lösen ist.

Lassen Sie gute wie schlechte Schüler die Strategie erklären. Beim Erklären wird das Prinzip nochmals durchdacht und teilweise erst durch dieses Nachdenken verstanden.



Was wird benötigt?

Demonstrationsmaterial: Tafelbild (ähnlich wie im Arbeitsheft: Marion links, Nele rechts, dazwischen von oben nach unten die Aufgabe mit magnetischen Wendepfättchen), Tafel, Wendepfättchen, magnetische Ziffernkarten
Arbeitsmaterial: Heft, Arbeitsheft, 20er-Feld, Rechenschiffchen, Stifte, KV 136x0



Arbeit mit den adaptiven Arbeitsblättern

AB RS 01X1:

- Arbeitsblatt zum Anwenden von Tauschaufgaben
- Differenzierung über Zahlenraum und Einbeziehung von Minusaufgaben

AB RS 02X1:

- Merkblatt zur Strategie bei Minus

The worksheet page is titled "Nachbaraufgaben". It features a cartoon character at the top right. The main content includes a "TIPP!" section with a speech bubble saying "Kein Problem!" and a math problem $4 + 3 = \square$. Below this is a section titled "Nachbaraufgaben Plus" with a grid of addition problems: $4 + 3 = 7$, $5 + 2 = 7$, $6 + 3 = 9$, $5 + 3 = 8$, $5 + 4 = 9$. To the right, a section titled "Das geht auch bei Minus!" shows subtraction problems: $14 - 5 = 9$, $15 - 6 = 9$, $16 - 5 = 11$, $15 - 5 = 10$, $16 - 4 = 11$. Below this is a section "Leichte und schwere Aufgaben" with three rows of problems, each with a "mache" (make) instruction and a grid of numbers. At the bottom, there is a section "Rechne ins Rechenheft. Die leichte Nachbaraufgabe hilft dir." with a grid of numbers and a list of problems: a) $6 + 3$, b) $3 + 4$, c) $7 + 2$, d) $8 + 7$, e) $16 - 7$, f) $9 - 3$, g) $7 - 3$, h) $15 - 4$, i) $8 + 9$, j) $11 - 5$, k) $6 + 7$, l) $14 - 5$. The page number "21" is in the bottom right corner.

Abb. 124: Arbeitsheft 1B, Seite 21



Worum geht es?

Nicht nur die Verdopplungsaufgaben, sondern jede automatisierte Aufgabe kann zum Ableiten einer anderen Aufgabe dienen. Diese „anderen“ Aufgaben heißen Nachbaraufgaben. Durch Verändern der Summanden bzw. Verändern von Minuend oder Subtrahend kann ich aus der Aufgabe eine bekannte Aufgabe machen, von der ich die Lösung ableite, indem ich die Veränderung bei der Lösung wieder rückgängig mache.

Diese Strategie funktioniert mit einer leichten Abänderung sowohl bei Additionen als auch bei Subtraktionen.



Wie kann ich vorgehen?

Ausgangspunkt ist wieder die Darstellung im Arbeitsheft. Die Schüler sollen überlegen, warum die Aufgabe für Robert kein Problem ist, wie er sagt, und woran er gerade gedacht hat. Vielleicht

Abb. 124: Lisa stellt Robert eine Rechenaufgabe. Für diesen ist es kein Problem, weil er an die Nachbaraufgabe $5 + 3$ denkt. Die Nachbaraufgabenfamilien zur Addition und Subtraktion werden in der Mitte der Seite abgebildet. Im unteren Teil der Seite wird das Prinzip der Nachbaraufgaben zeichnerisch dargestellt.